

3100000011206

**PERANCANGAN ESTIMATOR REKURSIF OPTIMAL
UNTUK MODEL ARUS LALU LINTAS
DENGAN MENGGUNAKAN
METODE FILTER KALMAN DISKRIT**

TUGAS AKHIR

Disusun oleh :

FAJAR ADIANTO

NRP : 2291 100 143

PERPUSTAKAAN ITS	
Tgl. Terima	18-12-29
Tarimas Pahl	h
Pen. Agenda	8881

RSE
629.831 2
Adi
P-1
1998



**JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
1998**

**PERANCANGAN ESTIMATOR REKURSIF OPTIMAL
UNTUK MODEL ARUS LALU LINTAS
DENGAN MENGGUNAKAN
METODE FILTER KALMAN DISKRIT**

TUGAS AKHIR

**Diajukan Guna Memenuhi Sebagian Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Teknik Elektro
Pada**

**Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan
Jurusan Teknik Elektro
Fakultas Teknologi Industri
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya**

Mengetahui/Menyetujui

Dosen Pembimbing



**Ir. Abdullah Alkaff, M.Sc., Ph.D
NIP. 130 816 214**

**SURABAYA
MARET, 1998**

Abstrak

Aliran lalu lintas dapat dikarakterisasikan dengan mengamati setiap kendaraan di jalan dan menggambarkan perilakunya melalui variabel-variabel seperti posisi, kecepatan, dan percepatan. Akan tetapi, jumlah data yang dihasilkan akan menjadi sangat besar disebabkan oleh sifat mikroskopisnya. Untuk memperbaiki performansi keseluruhan, lebih mudah dengan mengatur aliran yang masuk kedalam sistem daripada mengatur operasi tiap-tiap kendaraan. Oleh karena itu, variabel-variabel yang dikembangkan harus merefleksikan karakteristik aliran lalu lintas secara keseluruhan. Model stokastik dari variabel-variabel lalu lintas tersebut dikembangkan dan digunakan untuk merancang suatu estimator rekursif optimal.

Dalam tugas akhir ini perancangan sistem berupa pemodelan aliran lalu lintas melalui variabel-variabel kecepatan rata-rata dan kepadatan. Dari model tersebut diturunkan algoritma estimator rekursif optimal dengan menggunakan metode Filter Kalman Diskrit.



Kata Pengantar

Assalamualaikum Wr. Wb.

Puji syukur kami panjatkan kepada Allah Yang Maha Pengasih dan Maha Penyayang yang telah melimpahkan rahmat dan petunjuk-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana Jurusan Teknik Elektro.

Dalam menyusun tugas akhir ini, penulis mendapatkan bimbingan, bantuan atau saran dari berbagai pihak. Dan atas terselesaikannya tugas akhir ini penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih yang sedalam-dalamnya kepada:

- Bapak Ir. Abdullah Alkaff, M.Sc., Ph.D., selaku dosen pembimbing dalam penyusunan tugas akhir ini dan dosen wali yang telah banyak sekali memberikan arahan dan bimbingan kepada penulis.
- Bapak Dr. Ir. Moch. Rameli, selaku koordinator Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan yang telah banyak memberikan kemudahan kepada penulis.
- Bapak dan ibu dosen di Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan pada khususnya dan Jurusan Teknik Elektro pada umumnya.
- Bapak, ibu, mbak Rien, mas Koko, dan mas Heri atas dukungannya dalam setiap situasi.
- Teman-teman di Laboratorium Teknik Sistem Pengaturan dan Laboratorium Simulasi Sistem, baik yang telah mendahului maupun yang belum berkesempatan: Yana, Dron, Ancha, Yusuf, Wiku, Zul, Johan, Gundul, Toni, Sahal, Daus, Mak, Endah, Romeli, Yoyok, Felix, Abed, Dodo, dan lain-lain yang telah banyak memberikan kesenangan dan pelajaran.
- Teman-teman sesama penghuni flat Elektro: Kowar, Brewok, Kubam, Gendul, Anang, Melas, Cak Mat, dan lain-lain.

- Teman-teman angkatan 91 yang lain.
- Heri, Didik, Hendro, Mawan, Bastiar, Windy, Yuni, Ita, Pras, Tatok, Farid, dan lain-lain for being friends always.
- Pihak-pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Besar harapan penulis semoga tugas akhir ini bermanfaat bagi para pembaca pada umumnya serta mahasiswa Teknik Elektro pada khususnya. Penulis menyadari segala kekurangan yang ada sehingga tugas akhir ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu kritik dan saran selalu penulis harapkan.

Akhirnya sekali lagi puji syukur kehadiran Allah SWT.

Wassalamualaikum Wr. Wb.

Surabaya, 24 Maret 1998

Penulis.

Daftar Isi

Judul	
Lembar Pengesahan	
Abstrak	
Kata Pengantar	i
Daftar Isi	iii
Daftar Gambar	vi
Daftar Tabel	viii
Bab I	
Pendahuluan	
1.1. Latar Belakang.....	I-1
1.2. Rumusan Masalah.....	I-4
1.3. Pembatasan Masalah	I-4
1.4. Tujuan.....	I-4
1.5. Sistematika Pembahasan	I-5
Bab II	
Proses Acak dan Estimasi Sinyal	
2.1. Pengantar Probabilitas (Papoulis, A., 1965)	II-1
2.1.1. Fungsi Distribusi dan Fungsi Kerapatan Probabilitas	II-2
2.1.2. Momen-momen Variabel Acak.....	II-3
2.1.3. Variabel Acak Normal atau Gaussian	II-4
2.1.4. Korelasi, Kovarian, dan Ortogonalitas.....	II-5
2.1.5. Fungsi Autokorelasi dan Kerapatan Spektrum Daya	II-6
2.2. Proses Acak.....	II-7
2.2.1. White Noise (Brown, R.G., 1983).....	II-8

2.2.2. Data Acak: Momen II-8

2.2.3. Vektor Acak II-9

2.3. Estimasi Sinyal di dalam Noise II-11

2.3.1. Estimasi Linear Mean-squared (Anderson, B.D.O. dan J.B. Moore, 1979)..... II-12

2.3.2. Estimasi Rekursif dari Sinyal Berubah Waktu: Filter Kalman II-14

2.3.2.1. Model Sinyal II-14

2.3.2.2. Filter Kalman: One-Step Prediction..... II-17

2.3.2.3. Filter Kalman: Signal Filtering II-20

2.3.2.4. Filter Nonlinier: Filter Kalman Perluasan (Extended Kalman Filter) II-23

Bab III

Sistem Lalu Lintas Jalan Raya

3.1. Umum III-1

3.1.1. Ukuran-ukuran Lalu Lintas III-2

3.1.2. Kemacetan Lalu Lintas III-4

3.2. Pengamatan Lalu Lintas III-6

3.2.1. Tipe Data III-7

3.2.2. Sensor Lalu Lintas III-7

3.3. Pemodelan Sistem Lalu Lintas III-9

Bab IV

Eksperimen dan Analisa Hasil Estimasi

4.1. Pembuatan Program Simulasi Estimasi..... IV-1

4.1.1. Algoritma Simulasi IV-1

4.1.2. Program Simulasi IV-3

4.1.3. Masukan-Keluaran Program Estimasi Kepadatan IV-9

4.2. Eksperimen dan Analisa IV-13

Bab V

Kesimpulan dan Saran

5.1. Kesimpulan V-1

5.2. Saran.....V-2

Daftar Pustaka.....P-1

Daftar Gambar

Gambar 1.1. Kurva performansi sistem lalu lintas	I-2
Gambar 1.2. Salah satu sumber penyebab kesalahan penghitungan sensor	I-3
Gambar 2.1. Fungsi distribusi uniform.....	II-2
Gambar 2.2. Fungsi kerapatan uniform.....	II-3
Gambar 2.3. (a) Fungsi kerapatan normal (b) Fungsi distribusi normal	II-5
Gambar 2.4. Model proses sinyal acak	II-15
Gambar 2.5. (a) Model proses sinyal dan pengamatan.....	II-20
(b) <i>One-step predictor</i> optimal	II-20
Gambar 2.6. (a) Model sinyal dan pengamatan.....	II-22
(b) Filter Kalman Optimal	II-22
(c) Estimasi dan prediksi simultan.....	II-22
Gambar 3.1. Hubungan kepadatan – kecepatan rata-rata	III-4
Gambar 3.2. Kemacetan dan hubungan fundamental antara Flow dan kepadatan	III-5
Gambar 3.3. Detektor loop induktif untuk pengamatan jalan bebas hambatan	III-8
Gambar 3.4. Satu seksi dari sistem lalu lintas.....	III-10
Gambar 3.5. Hubungan kecepatan-kepadatan	III-11
Gambar 4.1. Diagram alir estimasi kepadatan lalu lintas	IV-6
Gambar 4.2. Grafik hubungan kepadatan dan kecepatan rata-rata keluaran program	IV-9
Gambar 4.3. Grafik hasil estimasi untuk contoh 1	IV-10
Gambar 4.4. Grafik <i>mean-squared error</i> estimasi dan gain Kalman untuk contoh 1.. ..	IV-10
Gambar 4.5. Grafik kesalahan estimasi untuk contoh 1	IV-11
Gambar 4.6. Grafik hasil estimasi untuk contoh 2	IV-11
Gambar 4.7. Grafik <i>mean-squared error</i> estimasi dan gain Kalman untuk contoh 2.. ..	IV-12
Gambar 4.8. Grafik kesalahan estimasi untuk contoh 2	IV-12

Gambar 4.9. Eksperimen 1 IV-16

Gambar 4.10. Eksperimen 2..... IV-16

Gambar 4.11. Eksperimen 3..... IV-16

Gambar 4.12. Eksperimen 4..... IV-16

Gambar 4.13. Eksperimen 5..... IV-16

Gambar 4.14. Eksperimen 6..... IV-16

Gambar 4.15. Eksperimen 7..... IV-17

Gambar 4.16. Eksperimen 8..... IV-17

Gambar 4.17. Eksperimen 9..... IV-17

Gambar 4.18. Eksperimen 10..... IV-17

Gambar 4.19. Eksperimen 11..... IV-17

Gambar 4.20. Eksperimen 12..... IV-17

Gambar 4.21. Eksperimen 13..... IV-18

Gambar 4.22. Eksperimen 14..... IV-18

Gambar 4.23. Eksperimen 15..... IV-18

Gambar 4.24. Eksperimen 16..... IV-18

Gambar 4.25. Eksperimen 17..... IV-18

Gambar 4.26. Eksperimen 18..... IV-18

Gambar 4.27. Eksperimen 19..... IV-19

Gambar 4.28. Eksperimen 20..... IV-19

Gambar 4.29. Eksperimen 21..... IV-19

Gambar 4.30. Eksperimen 22..... IV-19

Gambar 4.31. Eksperimen 23..... IV-19

Gambar 4.32. Eksperimen 24..... IV-19

Gambar 4.33. Eksperimen 25..... IV-20

Gambar 4.34. Persentase Bias, SE, dan MAD untuk jumlah iterasi yang berbeda-beda....
..... IV-21

Daftar Tabel

Tabel 4.1. Data dari sensor 21004 perempatan jl. Raya Darmo – jl. Raya Dr. Soetomo.
Diambil pada tanggal 29 Desember 1997, pukul 11.05 – 11.35 IV-4

Tabel 4.2. Hasil perhitungan bias estimasi dan varian kesalahan..... IV-13

Tabel 4.3. Analisa hasil estimasi..... IV-15

Tabel 4.4. Eksperimen dengan input iterasi yang berbeda-beda IV-20



Bab I

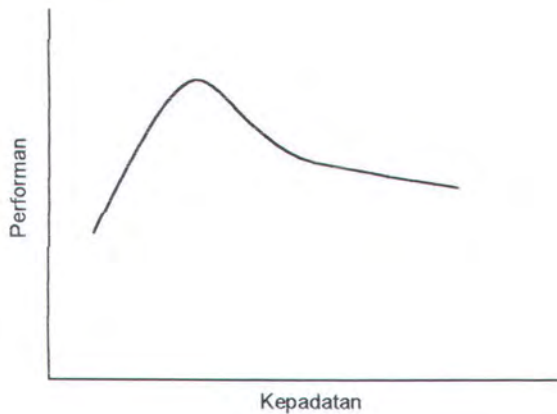
Pendahuluan

1.1. Latar Belakang

Dalam mengatur arus lalu lintas di jalan raya, kita dapat memilih dua macam pendekatan. Yang pertama kita melakukan pengaturan langsung pada tiap-tiap kendaraan yang ada di jalan (*car following*), dan dapat diterapkan pada sistem seperti jaringan kereta api. Yang kedua merupakan jenis pengaturan menyeluruh (*macroscopic flow*) di mana pengaturan tersebut berpengaruh pada arus kendaraan secara keseluruhan. Pendekatan yang kedua mempunyai keuntungan yaitu lebih praktis dan lebih mudah diterapkan terhadap sistem lalu lintas pada umumnya pada saat ini seperti jalan raya, jembatan, dan terowongan.

Kebanyakan sistem lalu lintas mengalami perubahan performan seperti ditunjukkan pada Gambar 1.1. Terdapat suatu level optimal di mana sistem beroperasi pada performan puncak. Terlalu sedikit kendaraan menyebabkan sistem 'kekurangan' sedangkan terlalu banyak kendaraan akan menyebabkan sistem macet dan menurunkan performannya. Pada sistem lalu lintas, perlu diketahui jumlah kendaraan didalam sistem secara akurat untuk menjaga sistem tersebut beroperasi pada performan puncak. Dalam praktek, peralatan yang digunakan untuk mengamati kuantitas lalu lintas adalah sensor-sensor yang diletakkan di bawah permukaan jalan yang menghitung kendaraan yang lewat di atasnya. Hal ini tampaknya merupakan pekerjaan yang mudah di mana dengan mengetahui jumlah kendaraan yang memasuki dan meninggalkan seksi jalan tertentu kita dapat mengetahui jumlah kendaraan didalam seksi jalan tersebut. Tentu saja perlu diketahui jumlah kendaraan pada saat pengamatan dimulai. Akan tetapi, kita memerlukan suatu cara untuk mengestimasi jumlah kendaraan yang sebenarnya untuk menjamin

konvergensi jika pengamatan dilakukan dalam waktu yang lama, dengan memberikan perkiraan nilai awal yang sesuai.

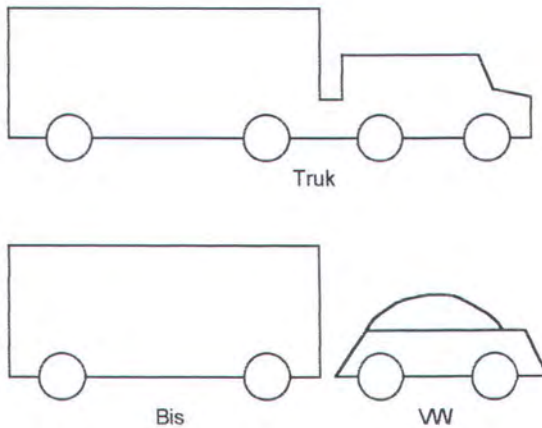


Gambar 1.1. Kurva performansi sistem lalu lintas

Hal yang penting adalah bahwa prosedur 'kosongkan sistem dan mulai menghitung' untuk mengestimasi jumlah kendaraan tidak bagus karena dua alasan:

1. Kita tidak menginginkan untuk selalu mengosongkan sistem setiap kali sistem mulai dijalankan. Misalkan pada saat terjadi kecelakaan didalam sistem yang padat, sistem perlu dimulai kembali. Pada saat itu sangat tidak menguntungkan untuk mengosongkan sistem meskipun selama periode waktu yang pendek.
2. Yang lebih penting, prosedur tersebut akan menyebarkan kesalahan penghitungan kendaraan yang menyebabkan pergeseran estimasi kepadatan. Salah satu penyebab kesalahan penghitungan tersebut ditunjukkan pada Gambar 1.2, di mana seringkali sensor tidak bisa membedakan antara truk dengan VW yang beriringan dengan kendaraan lain. Perubahan jalur juga dapat menyebabkan kesalahan dalam menghitung kendaraan sehingga prosedur 'kosongkan dan mulai menghitung' tersebut tidak dapat berjalan dengan baik.

Sehingga diperlukan suatu algoritma estimasi yang tidak memerlukan pengosongan sistem untuk menjalankannya dan tidak mengakumulasi kesalahan penghitungan yang terjadi pada sensor.



Gambar 1.2. Salah satu sumber penyebab kesalahan penghitungan sensor

Secara intuitif, jumlah kendaraan didalam suatu seksi jalan raya berhubungan dengan kecepatan rata-rata dari kendaraan-kendaraan didalam seksi tersebut. Umumnya, semakin tinggi kecepatan, kepadatannya semakin rendah, dan sebaliknya. Sulit untuk membayangkan lalu lintas yang padat bergerak dengan kecepatan 80 km/jam atau suatu kendaraan bergerak dengan kecepatan rata-rata 15 km/jam di jalanan yang kosong di mana batas kecepatannya 60 km/jam. Oleh karena itu, estimasi kepadatan harus konsisten dengan kecepatan.

Jika estimasi kepadatan telah diperoleh secara tidak langsung dari pengukuran sensor, maka dapat digunakan untuk menentukan bagaimana kita mengatur input yang masuk kedalam sistem (yaitu dengan menggunakan lampu lalu lintas). Secara garis besar, jika tidak ada cukup kendaraan didalam sistem, kendaraan dibiarkan masuk; sedangkan jika terlalu banyak kendaraan, kita harus menjaga arus keluar dari dalam sistem.

Di Indonesia, hal ini antara lain menjadi tanggung jawab Dinas Lalu Lintas dan Angkutan Jalan Raya (DLLAJR) untuk merencanakan, membangun, mengoperasikan, dan memelihara infrastruktur jalan raya untuk menciptakan penggunaan yang terbaik dari kapasitas jalan yang ada.

1.2. Rumusan Masalah

Sebelum kita dapat melakukan estimasi kepadatan, kita harus memodelkan sistem jalan raya tersebut dalam bentuk yang sesuai dengan metode estimasi yang akan kita gunakan. Model tersebut melibatkan ketidaktentuan sistem seperti yang telah disebutkan di atas. Pada model yang telah dibangun diterapkan suatu algoritma estimasi untuk memperoleh perkiraan besar kepadatan selama waktu eksperimental tertentu.

Suatu program simulasi komputer dibuat untuk menjalankan eksperimen estimasi yang menampilkan grafik untuk membandingkan antara nilai estimasi dengan nilai sebenarnya setiap saat. Asumsi-asumsi dibuat untuk parameter-parameter yang tidak diketahui dengan memberikan nilai yang logis. Nilai tersebut dapat diberikan langsung atau dengan membangkitkan bilangan acak dengan statistik tertentu. Eksperimen dilakukan berulang-ulang untuk memahami pengaruh dari nilai-nilai yang diberikan terhadap hasil estimasi.

1.3. Pembatasan Masalah

Algoritma estimasi yang digunakan adalah berdasarkan pada teknik filter Kalman diskrit yang diperluas untuk kasus nonlinier (extended Kalman filter), yang akan dijelaskan dalam Bab II. Dalam algoritma estimator state tersebut, sistem dimodelkan dalam bentuk persamaan state dengan penggerak noise yang menyatakan ketidaktentuan sistem.

Program simulasi dibuat dalam bahasa MATLAB 5.1 karena kecepatan dan kemudahannya dalam menangani operasi vektor dan matriks serta menampilkan grafik.

1.4. Tujuan

Tujuan dari tugas akhir ini adalah memahami algoritma estimasi state filter Kalman dan penerapannya untuk memperoleh perkiraan kepadatan lalu lintas pada seksi jalan asumsi. Dengan mengetahui item-item yang harus diperoleh untuk

mengimplementasikan estimator tersebut berdasarkan model yang telah dibangun, kita dapat memahami permasalahan yang dihadapi oleh Pemerintah Daerah dalam menyediakan fasilitas dan mengoperasikan sistem jalan raya untuk melayani kebutuhan masyarakat dalam berlalulintas.

1.5. Sistematika Pembahasan

Pada tugas akhir ini penulis membagi buku dalam beberapa bagian. Urutan pembahasan yang dilakukan adalah sebagai berikut:

Pembahasan latar belakang dan perumusan permasalahan, batasan, tujuan, dan sistematika pembahasan diberikan pada bab ini.

Bab II membahas teori yang berkaitan dengan proses stokastik, model sinyal, dasar-dasar estimasi mean squared, dan algoritma filter Kalman diskrit.

Sistem lalu lintas dibahas dalam Bab III termasuk pengertian tentang variabel-variabel lalu lintas, kuantisasi kemacetan lalu lintas, sistem pengamatan, sensor lalu lintas dan pemodelan sistem lalu lintas untuk mengestimasi kepadatan.

Eksperimen estimasi dibahas pada Bab IV. Mulai dari pembuatan program simulasi, asumsi-asumsi tambahan, eksperimen, dan analisa mengenai hasil eksperimen. Analisa antara lain meliputi perhitungan bias, standard error, percentage error, dan control chart.

Akhirnya, Bab V memberikan kesimpulan yang diambil dari seluruh pembahasan di atas.

Bab II

Proses Acak dan Estimasi Sinyal

2.1. Pengantar Probabilitas (Papoulis, A., 1965)

Hampir setiap orang berhubungan dengan sinyal-sinyal acak setiap hari. Sinyal acak tidak dapat dinyatakan dalam fungsi matematika eksplisit, tetapi harus dinyatakan dalam bentuk-bentuk probabilistik. Deteksi dan estimasi sinyal umumnya menggunakan model sinyal acak. Dalam tiga area pemrosesan sinyal acak (analisa spektrum, deteksi, dan estimasi; saat ini masing-masing memiliki aplikasi teknis yang penting), teori probabilitas memegang peranan utama. Oleh karena itu, pada bagian ini kita akan meninjau aspek-aspek yang penting dari teori probabilitas.

Kita akan menggunakan simbol $\mathbf{x}(t)$ untuk menyatakan kumpulan realisasi yang diambil menurut suatu aturan probabilitas dari hasil pengamatan tertentu. Kita tidak harus mengetahui aturan bagaimana yang digunakan, tetapi diasumsikan bahwa aturan tersebut ada sehingga dapat dilakukan tes untuk mengetahui sifat-sifat hukum probabilitas.

Suatu sinyal acak waktu diskrit

$$\mathbf{x}_j \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

memiliki banyak realisasi, biasanya disimbolkan dengan

$$x_j \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (2.2)$$

Pada waktu tertentu, katakanlah $j = 3$, kumpulan realisasinya menyatakan variabel acak \mathbf{x}_3 . Sehingga suatu sinyal acak berisi sekumpulan variabel acak. Tinjauan kita mengenai definisi-definisi dan aplikasi teori probabilitas pada pemrosesan sinyal diawali dengan bahasan tentang sifat-sifat variabel acak dan dilanjutkan dengan teori sinyal acak yang lebih rumit.

2.1.1. Fungsi Distribusi dan Fungsi Kerapatan Probabilitas

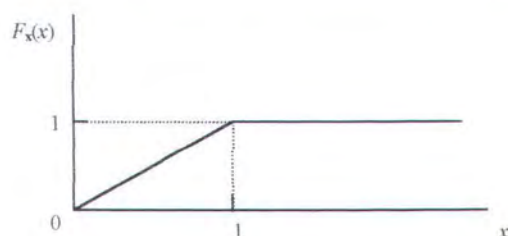
Kita tentukan suatu *kejadian* dengan menyatakan syarat-syarat dalam variabel acak \mathbf{x} , katakanlah $\mathbf{x} < 5$. Kejadian tersebut terjadi jika realisasi dari \mathbf{x} yang diamati adalah angka yang memenuhi syarat tersebut. Ditentukan probabilitas suatu kejadian, misalnya

$$P[\mathbf{x} < 3], \quad (2.3)$$

adalah angka antara 0 dan 1, semakin besar berkaitan dengan kejadian dengan kecenderungan untuk terjadi semakin tinggi. Kumpulan probabilitas disebut dengan *fungsi distribusi* $F_{\mathbf{x}}(x)$ yang ditentukan dari probabilitas

$$F_{\mathbf{x}}(x) = P[\mathbf{x} \leq x] \quad (2.4)$$

yang telah diketahui untuk semua nilai x . Gambar 2.1 menunjukkan fungsi distribusi dari variabel acak \mathbf{x} yang dikatakan terdistribusi secara seragam (*uniform*) antara 0 dan 1.



Gambar 2.1. Fungsi distribusi uniform

Untuk sementara kita meninjau variabel acak kontinyu, yaitu dengan fungsi distribusi kontinyu, di mana *fungsi kerapatan* dapat dinyatakan dengan

$$f_{\mathbf{x}}(x) = \frac{d}{dx} [F_{\mathbf{x}}(x)]. \quad (2.5)$$

Gambar 2.2 menunjukkan $f_{\mathbf{x}}(x)$ untuk $F_{\mathbf{x}}(x)$ pada Gambar 2.1.

Probabilitas dari suatu variabel acak terletak dalam suatu interval dapat dinyatakan dengan menggunakan baik fungsi distribusi maupun fungsi kerapatan. Untuk

$a \leq b$,

$$P[a < \mathbf{x} \leq b] = \int_a^b f_{\mathbf{x}}(x) dx = F_{\mathbf{x}}(b) - F_{\mathbf{x}}(a). \quad (2.6)$$



Gambar 2.2. Fungsi kerapatan uniform

Karena probabilitas selalu bernilai antara 0 dan 1 (tidak pernah negatif), Persamaan (2.6) menyatakan bahwa kerapatan merupakan fungsi nonnegatif dengan luas area 1 dan bahwa fungsi distribusi merupakan fungsi *nondecreasing* dari x .

2.1.2. Momen-momen Variabel Acak

Konsep momen sangat penting dalam pembahasan variabel acak. Ukuran-ukuran penting yang ditentukan dari momen-momen adalah:

1. *Mean* atau *nilai harapan* (*ekspektasi*)

$$E[\mathbf{x}] = \eta_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f_{\mathbf{x}}(x) dx. \quad (2.7)$$

Mean dapat dianggap sebagai pusat gravitasi dari kerapatan $f_{\mathbf{x}}(x)$. Untuk variabel acak terdistribusi uniform pada interval sembarang, nilai *mean* selalu merupakan titik tengah dari interval tersebut.

2. *Varian* $V(\mathbf{x})$ atau $\text{var } \mathbf{x}$

$$\sigma_x^2 = V(\mathbf{x}) = E[(\mathbf{x} - \eta_x)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \eta_x)^2 f_{\mathbf{x}}(x) dx. \quad (2.8)$$

Akar kuadrat dari varian menyatakan *standard deviasi* σ_x , yang memberikan informasi mengenai penyebaran distribusi probabilitas.

Standard deviasi, sebagai ukuran penyebaran dari suatu distribusi, berkaitan dengan besarnya ketidaktentuan atau kesalahan dalam pengukuran/pengamatan. Sebagai contoh, dalam pengukuran tegangan, lebar distribusi variabel acak berkaitan dengan dengan ketidakakuratan relatif dari alat ukur yang digunakan.

Sifat-sifat dari operasi nilai *mean* antara lain:

$$1. E[\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2] = E[\mathbf{x}_1] + E[\mathbf{x}_2]. \quad (2.9)$$

$$2. E[c\mathbf{x}] = cE[\mathbf{x}] \text{ dan } E[c] = c, \text{ untuk } c \text{ bukan bilangan acak.} \quad (2.10)$$

Sedangkan operasi varian mempunyai sifat-sifat berikut:

$$1. V(\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2) = V(\mathbf{w}_1) + V(\mathbf{w}_2). \quad (2.11)$$

$$2. V(c\mathbf{w}) = c^2V(\mathbf{w}). \quad (2.12)$$

2.1.3. Variabel Acak Normal atau Gaussian

Variabel acak \mathbf{x} disebut *normal* atau *Gaussian* jika fungsi kerapatan probabilitasnya adalah

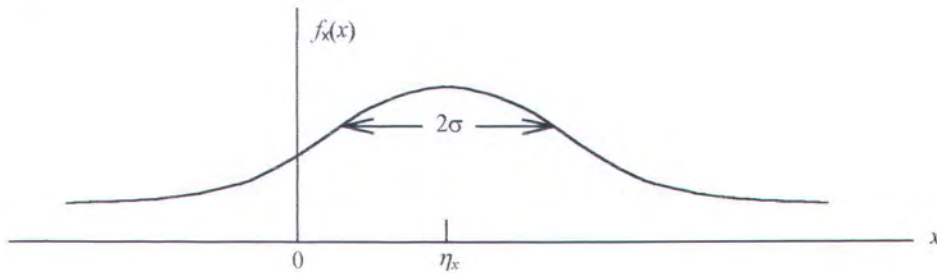
$$f_{\mathbf{x}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_x^2}(x - \eta_x)^2\right]. \quad (2.13)$$

η_x dan σ^2 pada Persamaan (2.13) di atas berturut-turut menyatakan *mean* dan varian variabel acak terdistribusi normal. Secara umum variabel acak normal dinotasikan dengan

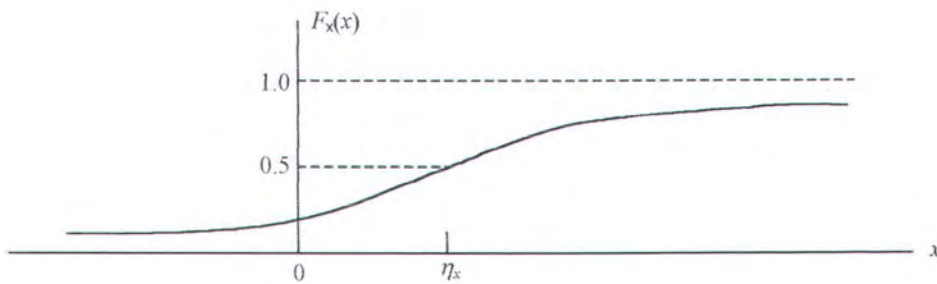
$$\mathbf{x} \sim N(\eta_x, \sigma_x^2). \quad (2.14)$$

Fungsi distribusi dan fungsi kerapatan normal digambarkan pada Gambar 2.3.a dan Gambar 2.3.b. Fungsi kerapatan simetris dengan puncak pada nilai *mean*-nya. Secara kualitatif, nilai *mean* merupakan nilai dengan kemungkinan kejadian yang paling tinggi, dan kemungkinan kejadian dari nilai-nilai di sekitar *mean* semakin turun jika semakin jauh dari *mean*. Karena banyak fenomena acak yang mempunyai sifat kecenderungan terpusat ini, atau mendekati, distribusi normal seringkali dipakai dalam aplikasi-aplikasi probabilitas. Varian merupakan ukuran penyimpangan terhadap *mean*.

Sehingga, nilai varian yang kecil berkaitan dengan kurva kerapatan yang tajam, sedangkan nilai varian yang besar berkaitan dengan kurva dengan puncak yang cenderung datar.



(a)



(b)

Gambar 2.3. (a) Fungsi kerapatan normal (b) Fungsi distribusi normal

Fungsi distribusi normal adalah integral dari fungsi kerapatan

$$F_x(x) = \int_{-\infty}^x f_x(u) du = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_x^2}(u - \eta_x)^2\right] du. \quad (2.15)$$

Akan tetapi, integral ini tidak dapat dinyatakan dalam bentuk tertutup dalam fungsi-fungsi dasar. Sehingga, nilainya biasanya ditabulasikan sebagai fungsi dari batas atas.

2.1.4. Korelasi, Kovarian, dan Ortogonalitas

Ekspektasi dari perkalian dua variabel acak \mathbf{x} dan \mathbf{y} mengandung pengertian yang penting. Secara umum perkalian tersebut dapat dinyatakan dengan



$$E(\mathbf{xy}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f_{\mathbf{xy}}(x, y) dx dy. \quad (2.16)$$

Jika \mathbf{x} dan \mathbf{y} independen, Persamaan (2.16) dapat direduksi menjadi

$$E(\mathbf{xy}) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_{\mathbf{x}}(x) dx \int_{-\infty}^{\infty} y f_{\mathbf{y}}(y) dy = E(\mathbf{x})E(\mathbf{y}). \quad (2.17)$$

Jika nilai harapan dari perkalian dua variabel acak sama dengan perkalian dari nilai harapan masing-masing variabel, variabel-variabel tersebut dikatakan *tidak berkorelasi* (*uncorrelated*). Jika kedua variabel independen, mereka pasti *uncorrelated*, tetapi tidak selalu berlaku sebaliknya. Jika

$$E(\mathbf{xy}) = 0, \quad (2.18)$$

maka \mathbf{x} dan \mathbf{y} dikatakan *ortogonal*.

Kovarian dari \mathbf{x} dan \mathbf{y} didefinisikan sebagai

$$\text{cov}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = E[(\mathbf{x} - \eta_x)(\mathbf{y} - \eta_y)]. \quad (2.19)$$

2.1.5. Fungsi Autokorelasi dan Kerapatan Spektrum Daya

Fungsi autokorelasi untuk proses acak $\mathbf{x}(t)$ didefinisikan sebagai

$$R_{\mathbf{x}}(t_1, t_2) = E[\mathbf{x}(t_1)\mathbf{x}(t_2)], \quad (2.20)$$

di mana t_1 dan t_2 menyatakan waktu sampling sembarang. Jelasnya, ukuran ini menyatakan bagaimana proses tersebut berkorelasi dengan dirinya sendiri pada dua waktu yang berbeda. Jika proses tersebut stasioner, maka fungsi kerapatan probabilitasnya tidak berubah terhadap waktu dan fungsi autokorelasinya hanya tergantung pada beda waktu $t_1 - t_2$. Sehingga $R_{\mathbf{x}}$ dapat direduksi menjadi fungsi dari variabel beda waktu τ saja, yaitu

$$R_{\mathbf{x}}(\tau) = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t + \tau)]. \quad (2.21)$$

Jika fungsi autokorelasi turun dengan cepat terhadap τ , proses berubah dengan cepat terhadap waktu; sebaliknya, perubahan proses yang lambat akan mempunyai fungsi autokorelasi yang menurun dengan lambat terhadap τ . Sehingga didalam fungsi

autokorelasi terdapat informasi mengenai frekuensi yang terkandung dalam proses tersebut. Untuk proses stasioner, terdapat hubungan penting yang dikenal dengan *hubungan Wiener-Khinchine*

$$S_{\mathbf{x}}(j\omega) = \mathfrak{F}[R_{\mathbf{x}}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\mathbf{x}}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (2.22)$$

di mana $\mathfrak{F}[\cdot]$ menyatakan transformasi Fourier dan ω menyatakan frekuensi radian. $S_{\mathbf{x}}$ disebut dengan *fungsi kerapatan spektrum daya* (atau *fungsi kerapatan spektrum* saja) dari proses tersebut.

2.2. Proses Acak

Proses acak adalah sekumpulan variabel acak yang realisasinya terjadi berturut-turut sesuai dengan perubahan waktu dan eksperimen yang dilakukan. Sampel dari masing-masing sinyal pada waktu tertentu t_1 merupakan realisasi dari variabel acak $\mathbf{x}(t_1)$, demikian juga sampel dari variabel acak $\mathbf{x}(t_2)$ adalah sampel-sampel sinyal yang diambil pada waktu t_2 .

Suatu proses acak dikatakan *stasioner* jika fungsi kerapatan yang menggambarkan proses tersebut tidak berubah dalam translasi waktu. Yaitu, jika terdapat sekumpulan variabel acak $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}(t_1), \mathbf{x}_2 = \mathbf{x}(t_2), \dots, \mathbf{x}_k = \mathbf{x}(t_k)$ dan sekelompok variabel acak yang telah melalui suatu translasi $\mathbf{x}'_1 = \mathbf{x}(t_1 + \tau), \mathbf{x}'_2 = \mathbf{x}(t_2 + \tau), \dots, \mathbf{x}'_k = \mathbf{x}(t_k + \tau)$, bentuk fungsi-fungsi kerapatan $f_{\mathbf{x}_1}, f_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2}, \dots, f_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k}$ dari kumpulan yang pertama identik dengan fungsi-fungsi kerapatan dari kumpulan kedua.

Jika semua fungsi kerapatan yang menggambarkan suatu proses acak merupakan fungsi kerapatan normal maka proses tersebut disebut *proses acak normal* atau *gaussian*. Tidak cukup hanya “amplitudo” dari proses tersebut yang terdistribusi normal; semua fungsi kerapatan orde yang lebih tinggi juga harus normal.

2.2.1. White Noise (Brown, R.G., 1983)

White noise didefinisikan sebagai suatu proses acak stasioner yang mempunyai fungsi kerapatan spektrum konstan. Kata "*white*" diambil dari istilah optik di mana cahaya putih merupakan cahaya yang mengandung semua frekuensi yang dapat dilihat oleh mata manusia. Jika amplitudo spektrum *white noise* dinyatakan dengan A , maka kita peroleh

$$S_{nn}(j\omega) = A. \quad (2.23)$$

Dan fungsi autokorelasi dari *white noise* adalah

$$R_{nn}(\tau) = A\delta(\tau). \quad (2.24)$$

2.2.2. Data Acak: Momen

Salah satu pendekatan untuk mengestimasi momen-momen seperti *mean*, varian, dan sebagainya dari deretan bilangan acak adalah berdasarkan hubungan intuitif antara nilai *mean* dan rata-rata dari sejumlah besar pengamatan independen terhadap variabel acak tersebut. Jika $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots$ independen secara statistik, yaitu, \mathbf{x}_n merupakan deret acak murni, pada umumnya nilai *mean*nya dapat diestimasi dengan rata-rata dari N pengamatan

$$E[\mathbf{x}_n] \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k = \hat{\eta}_x. \quad (2.25)$$

(Tanda topi seringkali digunakan untuk variabel yang nilainya merupakan hasil estimasi.)

Dalam Persamaan (2.25), estimasi nilai *mean* adalah rata-rata dari N sampel. Kita akan melihat apakah estimasi ini cukup baik dan jika memungkinkan menunjukkan apakah estimasi tersebut semakin baik dengan bertambahnya data (nilai N lebih besar). Realisasi x_k yang berbeda akan menghasilkan nilai $\hat{\eta}_x$ yang berbeda. Kumpulan nilai rata-rata tersebut disimbolkan dengan variabel acak $\hat{\eta}_x$. Estimator pada Persamaan (2.25) dikatakan *unbiased* (nilai rata-ratanya baik) jika

$$E[\hat{\eta}_x] = \eta_x. \quad (2.26)$$

Sifat baik lainnya adalah estimasi akan semakin baik jika jumlah data yang ada semakin besar, dengan menunjukkan bahwa *mean* kuadrat kesalahan estimasi (*mean-squared estimation error*) semakin kecil pada hubungan berikut

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E[(\hat{\eta}_x - \eta_x)^2] = 0. \quad (2.27)$$

Estimasi dengan sifat di atas dikatakan *konsisten*. *Mean-squared error* antara estimasi yang konsisten dengan nilai *mean*nya akan menuju nol untuk nilai N besar. Estimasi *unbiased* menghasilkan “nilai *mean* yang benar”, dan jika selalu konsisten, variannya mendekati nol untuk N besar.

Estimasi varian dapat diperoleh seperti pada hubungan intuitif antara nilai rata-rata dan *mean*

$$E[(\mathbf{x}_n - \eta_x)^2] \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \hat{\eta}_x)^2 = \hat{\sigma}_x^2. \quad (2.28)$$

Dengan perhitungan sederhana dapat ditunjukkan bahwa varian $V(\hat{\sigma}_x^2)$ dari estimasi ini akan mendekati nol untuk N besar, sehingga estimasinya konsisten. *Mean* atau nilai harapan dari estimasi ini sama dengan $[(N-1)/N]\sigma_x^2$, sehingga *unbiased* hanya untuk N besar. Oleh karena itu estimasi *unbiased* $[1/(N-1)]\sum (x_k - \hat{\eta}_x)^2$ seringkali digunakan, tetapi untuk N besar tidak ada perbedaan yang berarti.

2.2.3. Vektor Acak

Masalah pemrosesan sinyal memerlukan pemrosesan beberapa sinyal yang berbeda secara simultan. Dalam hal ini biasanya beberapa variabel tersebut dikumpulkan menjadi satu, yang disebut *vektor*, dan dinotasikan sebagai satu kuantitas. Sebagai contoh, suatu vektor sinyal \mathbf{s}_i pada waktu i (dari sekarang kita tidak menggunakan notasi khusus untuk kuantitas acak, huruf kecil tebal digunakan untuk menyatakan vektor biasa maupun vektor acak)

$$\mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} r_i \\ \dot{r}_i \\ \theta_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Vektor menyederhanakan notasi dengan menggunakan satu simbol untuk menyatakan beberapa simbol. Demikian juga, suatu *matriks* merupakan satu simbol untuk menyatakan array persegi seperti

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T_s & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.30)$$

Huruf besar tebal digunakan untuk menyatakan matriks.

Jika elemen-elemen x_i dari vektor \mathbf{x} merupakan variabel acak, tiap-tiap elemen mempunyai *mean*, varian, distribusi, dan seterusnya. Beberapa komponen mempunyai distribusi gabungan dan mungkin dependen, independen, *correlated*, *uncorrelated*, dan sebagainya. *Mean* dari vektor tersebut didefinisikan sebagai vektor dari nilai-nilai *mean*

$$E[\mathbf{x}] = \begin{bmatrix} E[x_1] \\ \vdots \\ E[x_m] \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

Varian suatu vektor diperoleh dengan cara yang lebih rumit. Varian dari satu variabel diperoleh dengan Persamaan (2.8), sedangkan kovarian dari dua variabel diperoleh dengan Persamaan (2.19). Sehingga suatu vektor yang terdiri dari m variabel acak dikarakterisasikan dengan m varian dan satu kovarian untuk setiap kombinasi x_i, x_j . Semua kovarian tersebut membentuk matriks yang disebut *matriks kovarian* \mathbf{Q} di mana elemen-elemennya adalah

$$q_{ij} = \text{cov}(x_i, x_j). \quad (2.32)$$

Beberapa operasi teori matriks dapat membantu dalam perhitungan kovarian dan *mean-squared error*. *Perkalian dalam* (*inner product*) atau *perkalian skalar* dari dua vektor \mathbf{v} dan \mathbf{w} dapat dituliskan sebagai berikut

$$\mathbf{v}^T \mathbf{w} = \sum_{i=1}^m v_i w_i. \quad (2.33)$$

Kuantitas tersebut berupa skalar. Dalam bagian berikutnya akan dibicarakan vektor kesalahan yang merupakan beda antara suatu vektor sinyal \mathbf{s} dan estimasinya $\hat{\mathbf{s}}$

$$\mathbf{e} = \mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}. \quad (2.34)$$

Jika komponen-komponen \mathbf{s} adalah koordinat-koordinat posisi, maka *mean-squared error* jarak dapat dinyatakan dalam perkalian skalar, sebagai berikut

$$E[d^2] = E\left[\sum_{i=1}^3 (s_i - \hat{s}_i)^2\right] = E[\mathbf{e}^T \mathbf{e}]. \quad (2.35)$$

Dengan mengubah urutan perkalian antara vektor baris dan vektor kolom menghasilkan kuantitas lain, perkalian luar \mathbf{xy}^T mempunyai elemen (i, j) sebagai berikut

$$(\mathbf{xy}^T)_{ij} = x_i y_j. \quad (2.36)$$

Dengan notasi ini, matriks kovarian dari vektor \mathbf{x} yang mempunyai *mean* nol adalah

$$\mathbf{Q} = \text{cov}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = E(\mathbf{xx}^T). \quad (2.37)$$

Sedangkan kovarian antara dua vektor yang berbeda (keduanya mempunyai *mean* nol) dapat diperoleh dengan

$$\mathbf{P} = \text{cov}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = E(\mathbf{xy}^T). \quad (2.38)$$

2.3. Estimasi Sinyal di dalam Noise

Dalam estimasi sinyal, kita mengetahui bahwa sinyal tersebut ada tetapi karena terdapat noise, ketidakakurasian sampel data, ketepatan peralatan yang terbatas (biasanya dimodelkan sebagai noise), atau ketidaktentuan lain, sampel data tersebar di sekitar nilai sinyal yang sebenarnya. Yang menjadi pertanyaan adalah: Bagaimana untuk memroses sampel data untuk memperoleh "estimasi terbaik" dari sinyal tersebut ?

2.3.1. Estimasi Linear Mean-squared (Anderson, B.D.O. dan J.B. Moore, 1979)

Dalam estimasi *linear mean-squared*, kita menguji estimasi sinyal $\hat{s} = r(x_1, x_2, \dots, x_m)$ dengan menggunakan fungsi $r(\cdot)$ terhadap m sampel yang dipilih untuk meminimisasi $E[(\hat{s} - s)^2]$. Kita asumsikan

$$\hat{s} = \sum_{j=1}^m h_j x_j \quad (2.39)$$

dan memilih m koefisien $h_j, j = 1, \dots, m$, yang meminimalkan $E[\varepsilon^2] = E[(\hat{s} - s)^2]$.

Persamaan (2.39) di atas merupakan *filter nonrekursif*.

Persamaan (2.39) di atas dapat dituliskan kembali sebagai

$$E[\varepsilon^2] = E[(\hat{s} - s)^2] = E \left[\sum_{j=1}^m h_j x_j - s \right]^2. \quad (2.40)$$

Dengan mendiferensialkan $E[\varepsilon^2]$ terhadap setiap parameter $h_j, j = 1, \dots, m$, dan membuat setiap turunan parsial sama dengan nol, kita dapatkan m persamaan yang diperlukan untuk memperoleh nilai-nilai h_j yang meminimalkan *mean-squared error*.

Sebagai contoh, kita tinjau persamaan yang mengandung parameter ke- i h_i . Dapat dibuktikan bahwa operasi ekspektasi dan diferensiasi dapat dipertukarkan. Sehingga dari Persamaan (2.40) kita dapatkan

$$\frac{\partial E[\varepsilon^2]}{\partial h_i} = E \left[\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial h_i} \right] = 2E \left[\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial h_i} \right] = 2E[\varepsilon x_i] = 0. \quad (2.41)$$

Kumpulan persamaan yang harus diselesaikan untuk memperoleh pemilihan $h_j, j = 1, \dots, m$ yang optimal adalah

$$E[\varepsilon x_i] = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2.42)$$

di mana ekspektasi dari perkalian antara error $\varepsilon = \hat{s} - s$ dengan tiap-tiap sampel terukur x_i dibuat nol.

Dengan mensubstitusikan $\varepsilon = \sum_{j=1}^m h_j x_j - s$ ke Persamaan (2.42), diperoleh

kumpulan persamaan

$$E\left[\left(\sum_{j=1}^m h_j x_j - s\right)x_i\right] = 0 \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.43)$$

Persamaan tersebut dapat diringkas dengan menentukan $R_{ij} = E[x_i x_j]$, yaitu autokorelasi antara x_i dan x_j , dan mendefinisikan parameter $g_i \equiv E[sx_i]$, korelasi antara variabel acak s dan x_i . Sehingga kumpulan persamaan di atas menjadi

$$\sum_{j=1}^m h_j R_{ij} = g_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.44)$$

Kalau dijabarkan, Persamaan (2.44) di atas menjadi

$$\begin{aligned} R_{11}h_1 + R_{12}h_2 + \dots + R_{1m}h_m &= g_1 \\ R_{21}h_1 + R_{22}h_2 + \dots + R_{2m}h_m &= g_2 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots & \\ R_{m1}h_1 + R_{m2}h_2 + \dots + R_{mm}h_m &= g_m \end{aligned} \quad (2.45)$$

Dalam bentuk yang lebih kompak, kita definisikan matriks korelasi \mathbf{R} dengan elemen R_{ij} , $i, j = 1, 2, \dots, m$, vektor \mathbf{h} dengan elemen-elemen h_1, h_2, \dots, h_m , dan vektor \mathbf{g} dengan elemen-elemen g_1, g_2, \dots, g_m , kita dapatkan kumpulan persamaan dalam bentuk matriks-vektor,

$$\mathbf{R}\mathbf{h} = \mathbf{g} \quad (2.46)$$

\mathbf{R} merupakan matriks definit positif dan dapat diinverskan. Penyelesaian formal dari Persamaan (2.46) di atas adalah

$$\mathbf{h} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{g} \quad (2.47)$$

di mana \mathbf{R}^{-1} merupakan invers matriks \mathbf{R} . Vektor penyelesaian \mathbf{h} merupakan filter linier optimal yang akan melewatkan sampel-sampel data untuk menghasilkan estimasi linier terbaik dari sinyal s dalam kerangka *least mean-squared error*. Filter jenis ini disebut *Filter Wiener*.

2.3.2. Estimasi Rekursif dari Sinyal Berubah Waktu: Filter Kalman

Dalam bagian sebelumnya kita telah membahas mengenai estimasi parameter acak yang diasumsikan tidak berubah-waktu. Akan tetapi, pada umumnya sinyal berubah secara acak terhadap waktu. Sebagai contoh, kecepatan dan percepatan sebuah pesawat terbang yang dijejaki untuk tujuan kontrol akan berubah-ubah secara tidak teratur terhadap waktu. Jika kuantitas tersebut diestimasi dengan adanya noise, kita tidak bisa mengasumsikan kuantitas itu merupakan parameter tidak berubah-waktu. Untuk parameter-parameter tersebut, kita harus medesain estimator yang bisa mengikuti perubahan tersebut.

Teknik estimasi rekursif dikembangkan sekitar tahun 1960, terutama oleh Rudolph E. Kalman. Oleh karena prosesor sinyal tersebut disebut dengan *Filter Kalman*. Pada bagian selanjutnya kita akan membahas pendekatan rekursif sederhana untuk memfilter suatu proses acak. Untuk mempermudah, kita asumsikan proses tersebut stasioner terhadap waktu (struktur yang membangkitkan sinyal-sinyal acak tidak berubah terhadap waktu). Tetapi, penggunaan pendekatan tersebut dapat dikembangkan untuk kasus-kasus nonstasioner.

2.3.2.1. Model Sinyal

Teknik estimasi rekursif mengasumsikan bahwa sinyal acak yang akan diestimasi dapat dimodelkan sebagai proses rekursif orde satu yang digerakkan oleh white noise dengan *mean* nol. Sinyal acak $s(k)$ yang akan diestimasi diasumsikan berubah terhadap waktu sesuai dengan persamaan dinamik

$$s(k) = as(k-1) + w(k-1). \quad (2.48)$$

$w(k)$ merupakan sampel dari proses white noise dengan *mean* nol

$$E[w(k)] = 0$$

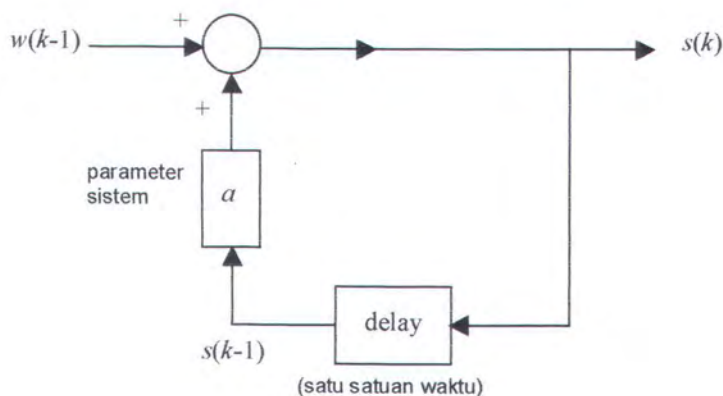
$$E[w(k)w(j)] = \begin{cases} 0 & k \neq j \\ \sigma_w^2 & k = j \end{cases} \quad (2.49)$$

Gambar 2.4 adalah representasi diagram blok dari Persamaan (2.48). Parameter statistik yang penting dari $s(k)$ adalah

$$E[s(k)] = 0 \quad \sigma_s^2 = \frac{\sigma_w^2}{1-a^2}$$

$$R_s(j+l, j) = R_s(l) = a^{|l|} \sigma_s^2. \quad (2.50)$$

Di sini $R_s(l) = E[s(k)s(k+l)]$ adalah autokorelasi dari dua sampel $s(k)$ dengan beda waktu l satuan, dan σ_s^2 adalah varian dari sinyal.



Gambar 2.4. Model proses sinyal acak

Parameter a (lebih tepat, algoritmanya) memegang peran konstanta waktu proses: semakin besar a (mendekati 1), semakin lambat proses tersebut, memerlukan interval waktu yang lebih panjang (dalam satuan periode sampel T_s) untuk mengalami perubahan yang berarti dari suatu nilai tertentu.

Seringkali kita mengestimasi beberapa sinyal secara simultan. Estimasi simultan tersebut dapat dilakukan dengan menggunakan notasi vektor. Mula-mula kita misalkan terdapat N sinyal independen yang akan diestimasi secara simultan. Sampel pada waktu k kita notasikan $s_1(k), s_2(k), \dots, s_N(k)$. Diasumsikan masing-masing sinyal dibangkitkan dari proses autoregresif orde satu. (Proses autoregresif orde satu diperoleh dengan

melewatkan sekuen white noise $w(k)$ yang mempunyai *mean* 0 dan varian σ_w^2 melalui filter orde satu.) Sinyal ke- j , sebagai contoh, mempunyai persamaan

$$s_j(k) = a_j s_j(k-1) + w_j(k-1) \quad j = 1, \dots, N. \quad (2.51)$$

Setiap proses w_j diasumsikan white, *mean* nol, dan independen satu sama lain. Kita dapat menentukan vektor N dimensi yang terdiri dari N sinyal dan N white noise yang menggerakkan proses:

$$\mathbf{s}(k) \equiv \begin{bmatrix} s_1(k) \\ s_2(k) \\ \vdots \\ s_N(k) \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \mathbf{w}(k) \equiv \begin{bmatrix} w_1(k) \\ w_2(k) \\ \vdots \\ w_N(k) \end{bmatrix}. \quad (2.52)$$

Sehingga Persamaan (2.51) dapat ditulis sebagai satu persamaan vektor

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{F}\mathbf{s}(k-1) + \mathbf{w}(k-1), \quad (2.53)$$

di mana matrik \mathbf{F} adalah matriks diagonal dengan dimensi $N \times N$ yaitu

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_N \end{bmatrix}. \quad (2.54)$$

Untuk matriks \mathbf{F} bukan diagonal, dapat digunakan dalam semua situasi. Sebagai contoh, misalkan sinyal $s(k)$ dapat dituliskan dalam persamaan orde dua

$$s(k) = as(k-1) + bs(k-2) + w(k-1). \quad (2.55)$$

Masalah ini dapat diatasi dengan mendefinisikan dua komponen untuk satu vektor sinyal.

Kita tentukan $s_1(k) = s(k)$ dan $s_2(k) = s(k-1) = s_1(k-1)$. Sehingga kita dapatkan dua persamaan

$$s_1(k) = as_1(k-1) + bs_2(k-1) + w(k-1)$$

$$\text{dan} \quad s_2(k) = s_1(k-1). \quad (2.56.a)$$

Jika kita tentukan vektor dua dimensi

$$\mathbf{s}(k) \equiv \begin{bmatrix} s_1(k) \\ s_2(k) \end{bmatrix},$$

dua persamaan di atas dapat dikombinasikan untuk membentuk satu persamaan vektor

$$\begin{bmatrix} s_1(k) \\ s_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(k-1) \\ s_2(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w(k-1) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.56.b)$$

Sehingga dari Persamaan (2.53) dapat ditentukan

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} a & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \mathbf{w}(k) = \begin{bmatrix} w(k) \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Proses tersebut jelas dapat berlanjut tanpa batas. Berbagai sinyal dan kopel diantaranya dapat diatasi dengan mendefinisikan vektor sinyal baru. Sistem persamaan yang menghubungkan persamaan-persamaan tersebut kemudian dapat diubah ke dalam ekspresi persamaan vektor orde satu seperti pada Persamaan (2.53).

2.3.2.2. Filter Kalman: One-Step Prediction

Setelah sebelumnya kita membahas pengembangan model sinyal ke vektor sinyal yang dapat digunakan dalam perhitungan yang melibatkan banyak sinyal dan pengukuran dengan perilaku dinamik yang lebih kompleks, sekarang kita dihadapkan pada permasalahan yang lebih nyata dalam melakukan estimasi rekursif terhadap sinyal dengan noise aditif. Selanjutnya kita akan membahas persamaan filter *mean-squared* optimal dalam bentuk vektor. Estimator rekursif *mean-squared* optimal untuk model sinyal dalam bentuk vektor (termasuk filter dan prediktor, dengan pengembangan untuk situasi berubah-waktu dan kasus nonlinier) inilah yang disebut filter Kalman.

Filter Kalman memerlukan model proses pengukuran selain model sinyal yang telah dibahas sebelumnya. Misalkan untuk mengestimasi vektor sinyal $\mathbf{s}(k)$, kita melakukan M pengukuran simultan dengan noise pada waktu k . M pengukuran tersebut dapat kita pilih langsung dari N komponen vektor sinyal atau kombinasi (penjumlahan berbobot) dari sinyal-sinyal. Oleh karena itu $M \leq N$. Sampel-sampel pengukuran tersebut



kita notasikan $x_1(k), x_2(k), \dots, x_M(k)$. Sebagai contoh, jika pengukuran tersebut kita ambil dari M komponen pertama dari N komponen sinyal, kita dapatkan

$$\begin{aligned} x_1(k) &= s_1(k) + n_1(k) \\ x_2(k) &= s_2(k) + n_2(k) \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ x_M(k) &= s_M(k) + n_M(k) \end{aligned} \tag{2.57}$$

di mana $n_i(k)$ menyatakan noise aditif.

Persamaan (2.57) dapat dibuat dalam bentuk vektor dengan menentukan vektor M komponen $\mathbf{x}(k)$ dan $\mathbf{n}(k)$. Sehingga kita dapatkan

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{H}^T \mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) \tag{2.58}$$

dengan \mathbf{H}^T adalah matrik $M \times N$

$$\mathbf{H}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

Jadi permasalahannya adalah kita mempunyai vektor sinyal $\mathbf{s}(k)$, dengan persamaan dinamik

$$\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{F}\mathbf{s}(k) + \mathbf{w}(k),$$

yang akan kita ekstrak dari suatu pengukuran yang mengandung noise yang dinyatakan pada Persamaan (2.58). Selanjutnya kita harus memperoleh nilai estimasi linier $\hat{\mathbf{s}}(k)$ dan nilai *one-step prediction* $\hat{\mathbf{s}}(k|k-1)$ yang terbaik dengan menggunakan estimator yang meminimalkan *mean-squared error* dari tiap-tiap komponen sinyal secara simultan. Sehingga, dalam hal ini, kita akan meminimalkan *mean-squared error* $E[\|s_j(k) - \hat{s}_j(k)\|^2]$, $j = 1, 2, \dots, N$ pada operasi filter, dan *mean-squared error one-step prediction* $E[\|s_j(k) - \hat{s}_j(k|k-1)\|^2]$, $j = 1, 2, \dots, N$ pada *one-step prediction*. Pada bagian ini

kita akan membahas mengenai operasi prediksi. Vektor prediksi optimal diperoleh dari persamaan vektor rekursif

$$\hat{\mathbf{s}}(k+1|k) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{s}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k+1)[\mathbf{x}(k) - \mathbf{H}^T \hat{\mathbf{s}}(k|k-1)]. \quad (2.59)$$

Prediksi dari nilai $\mathbf{s}(k+1)$, dengan menggunakan data sekarang $[\mathbf{x}(k)]$, diperoleh dengan mengekstrapolasi vektor prediksi sebelumnya (mengalikan $\hat{\mathbf{s}}(k|k-1)$ dengan matriks \mathbf{F}), dan kemudian menambahkan faktor koreksi yang diperoleh dari selisih antara vektor pengamatan yang baru $\mathbf{x}(k)$ dan estimasi sebelumnya.

Matriks gain berubah-waktu $\mathbf{K}(k)$ diperoleh secara rekursif dari matriks kovarian prediksi. Matriks kovarian prediksi $\mathbf{V}(k+1|k)$ ditentukan dengan persamaan

$$\mathbf{V}(k+1|k) \equiv E[\{\mathbf{s}(k+1) - \hat{\mathbf{s}}(k+1|k)\}[\mathbf{s}(k+1) - \hat{\mathbf{s}}(k+1|k)]^T]. \quad (2.60)$$

Matriks tersebut merupakan matriks persegi $N \times N$. Komponen diagonal menyatakan *mean-squared error* prediksi dari masing-masing sinyal yang akan diminimisasi, sedangkan komponen nondiagonal menyatakan kovarian antarkomponen sinyal. Ekspresi rekursif dari matriks gain berubah-waktu adalah

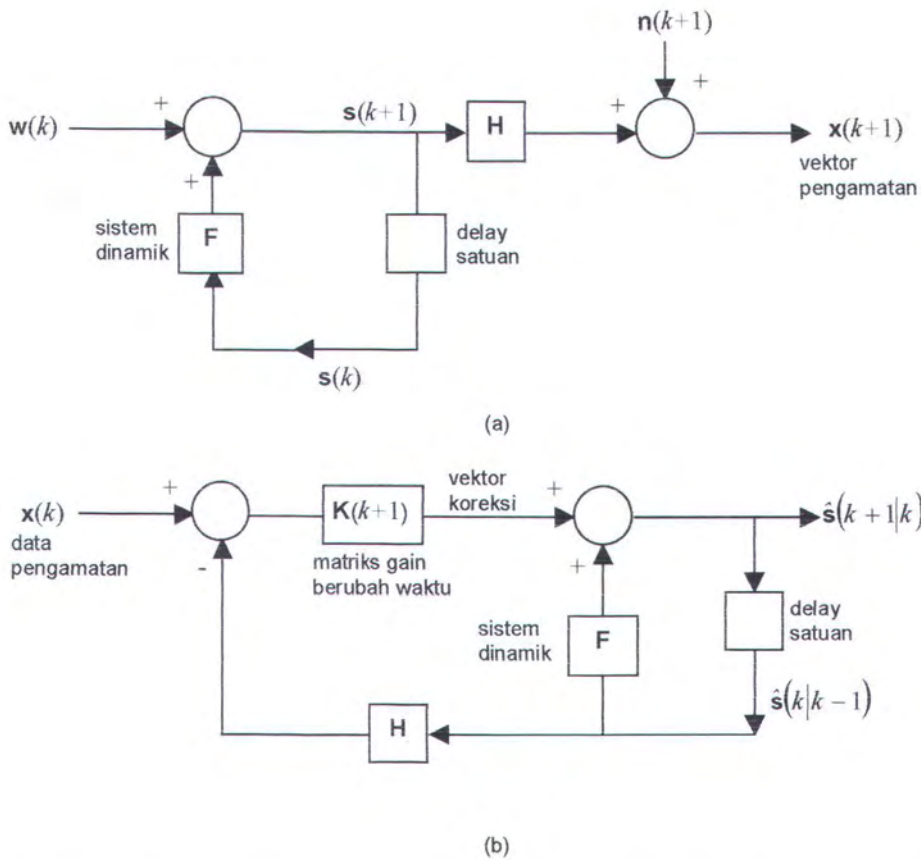
$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{F}\mathbf{V}(k|k-1)\mathbf{H}[\mathbf{H}^T \mathbf{V}(k|k-1)\mathbf{H} + \theta(k)]^{-1}. \quad (2.61)$$

Matriks $\theta(k)$ adalah matriks kovarian dari noise aditif, $\theta(k) \equiv E[\mathbf{n}(k)\mathbf{n}(k)^T]$, yang berdimensi $N \times N$. Jika *uncorrelated*, maka komponen nondiagonalnya nol. Biasanya diasumsikan bahwa noise pengamatan stasioner, sehingga $\theta(k)$ tidak berubah terhadap waktu.

Persamaan rekursif dari matriks kovarian prediksi adalah

$$\mathbf{V}(k+1|k) = (\mathbf{F} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{H}^T) \mathbf{V}(k|k-1) \mathbf{F}^T + \Xi(k). \quad (2.62)$$

Matriks $\Xi(k)$ adalah matriks kovarian dari noise proses, $\Xi(k) \equiv E[\mathbf{w}(k)\mathbf{w}(k)^T]$, yang berdimensi $N \times N$. Proses *one-step prediction* dalam bentuk diagram blok ditunjukkan pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5. (a) Model proses sinyal dan pengamatan (b) *One-step predictor optimal*

2.3.2.3. Filter Kalman: Signal Filtering

Pada bagian ini kita akan membahas estimasi langsung atau menyaring sinyal dari data pengamatan yang mengandung noise. Sebagaimana sebelumnya kita asumsikan bahwa sinyal-sinyal yang akan diestimasi memenuhi persamaan beda orde satu

$$\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{F}\mathbf{s}(k) + \mathbf{w}(k),$$

dan vektor pengamatan yang dinotasikan dengan $\mathbf{x}(k)$

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{H}^T \mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k).$$

Sekarang kita memerlukan suatu algoritma rekursif yang meminimalkan setiap *mean-squared error* $E[\|s_j(k) - \hat{s}_j(k)\|^2]$, $j = 1, 2, \dots, N$. Penyelesaian masalah ini

mempunyai banyak bentuk yang ekuivalen. Salah satunya dinyatakan dalam persamaan vektor berikut

$$\hat{\mathbf{s}}(k) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{s}}(k-1) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{x}(k) - \mathbf{H}^T \mathbf{F}\hat{\mathbf{s}}(k-1)]. \quad (2.63)$$

Suku pertama ruas kanan dari persamaan di atas merupakan operasi linier (atau ekstrapolasi) dari estimasi sebelumnya. Suku berikutnya merupakan faktor koreksi berupa beda (dengan pembobotan) antara sampel data yang baru dan ekstrapolasi estimasi. Model sinyal, model pengamatan, versi filter Kalman yang kita bahas ditunjukkan pada Gambar 2.6.a dan 2.6.b.

Hubungan antara vektor sinyal estimasi dan prediksi ditunjukkan dengan persamaan berikut

$$\hat{\mathbf{s}}(k+1|k) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{s}}(k). \quad (2.64)$$

Dengan Persamaan (2.64) di atas, jika diinginkan, Persamaan (2.63) untuk estimasi filter dapat ditulis kembali sebagai fungsi dari estimasi prediksi. Hubungan estimasi sinyal filter dan prediksi ditunjukkan pada Gambar 2.6. Versi alternatif dari filter Kalman diperoleh dengan menukarkan blok \mathbf{F} dan elemen delay, pada Gambar 2.6.c, sehingga pengukuran estimasi filter dan estimasi prediksi dari sinyal $\mathbf{s}(k)$ dapat dilakukan secara simultan.

Salah satu hubungan rekursif untuk memperoleh matriks gain variabel $\mathbf{K}(k)$ meliputi tiga persamaan matriks

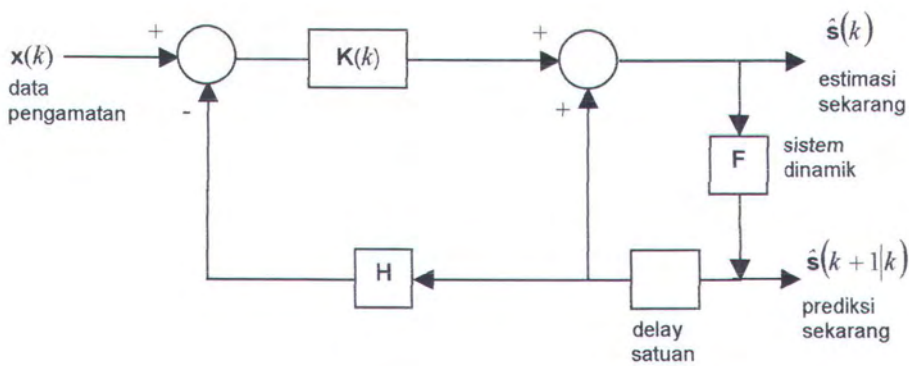
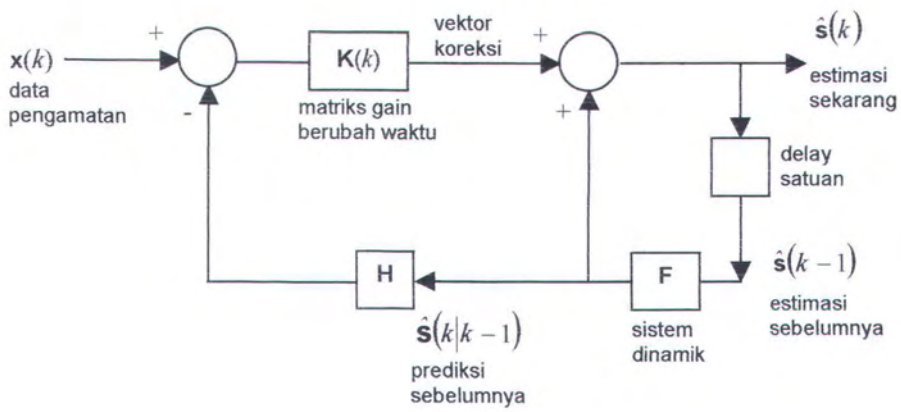
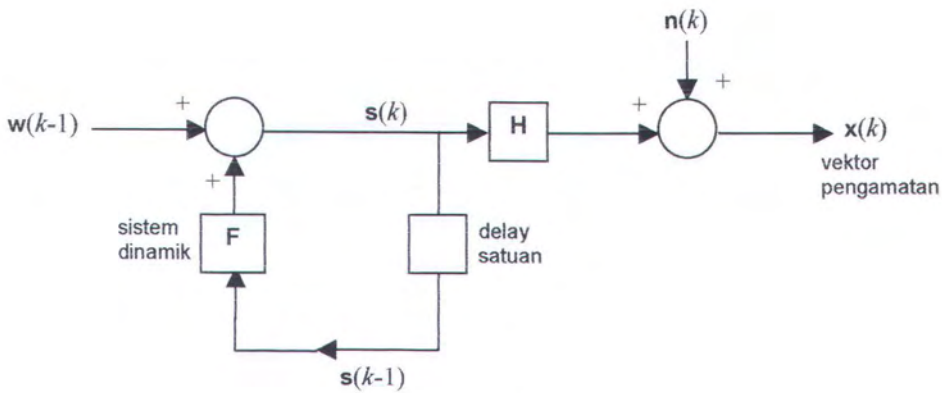
$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{V}(k|k-1)\mathbf{H}[\mathbf{H}^T \mathbf{V}(k|k-1)\mathbf{H} + \theta(k)]^{-1} \quad (2.65)$$

$$\mathbf{V}(k) = \mathbf{V}(k|k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}^T \mathbf{V}(k|k-1) \quad (2.66)$$

$$\mathbf{V}(k+1|k) = \mathbf{F}\mathbf{V}(k)\mathbf{F}^T + \Xi(k). \quad (2.67)$$

Semua matriks di atas sudah didefinisikan kecuali $\mathbf{V}(k) \equiv E[\mathbf{[s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k)]\mathbf{[s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k)]^T}]$.

Matriks tersebut adalah matriks kovarian kesalahan dari estimasi filter. Komponen diagonalnya adalah *mean-squared error* estimasi yang akan diminimalkan dengan operasi filter ini.



Gambar 2.6. (a) Model sinyal dan pengamatan (b) Filter Kalman Optimal

(c) Estimasi dan prediksi simultan

Matriks gain prediksi $\mathbf{K}(k+1)$ dalam Persamaan (2.61) bukan merupakan kuantitas yang sama dengan matriks gain filter $\mathbf{K}(k)$ pada Persamaan (2.65). Hubungan antara keduanya dinyatakan dengan $[\mathbf{K}(k+1)]_{\text{prediksi}} = \mathbf{F}[\mathbf{K}(k)]_{\text{filter}}$.

2.3.2.4. Filter Nonlinier: Filter Kalman Perluasan (Extended Kalman Filter)

Pada umumnya, ketepatan filter nonlinier optimal jauh lebih rendah daripada filter linier. Pada bagian ini kita akan melihat apa yang akan terjadi jika kita mengadaptasi algoritma linier ke dalam situasi nonlinier.

Di sini kita akan menggunakan model sinyal dan pengamatan

$$\mathbf{s}(k+1) = f_k(\mathbf{s}(k)) + \mathbf{w}(k) \quad (2.68)$$

$$\mathbf{x}(k) = h_k(\mathbf{s}(k)) + \mathbf{n}(k) \quad (2.69)$$

di mana kuantitas \mathbf{F} dan \mathbf{H} pada model linier sebelumnya digantikan oleh f_k dan h_k , di mana $f_k(\cdot)$ dan $h_k(\cdot)$ merupakan fungsi nonlinier. Subskrip menyatakan kemungkinan kedua fungsi tersebut berubah-waktu. Biasanya $\mathbf{w}(k)$ dan $\mathbf{n}(k)$ merupakan proses gaussian white dengan *mean* nol, $\theta(k) \equiv E[\mathbf{n}(k)\mathbf{n}(k)^T]$ dan $\Xi(k) \equiv E[\mathbf{w}(k)\mathbf{w}(k)^T]$.

Untuk selanjutnya kita nyatakan

$$\mathbf{F}(k) = \frac{\partial f_k(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}} \Big|_{\mathbf{s} = \hat{\mathbf{s}}(k)}, \quad \mathbf{H}^T(k) = \frac{\partial h_k(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}} \Big|_{\mathbf{s} = \hat{\mathbf{s}}(k|k-1)}. \quad (2.70)$$

Persamaan di atas berarti komponen (i,j) dari $\mathbf{F}(k)$ adalah turunan parsial dari komponen ke- i dari $f_k(\cdot)$ terhadap s_j , demikian juga untuk $\mathbf{H}^T(k)$. Pendekatan untuk menurunkan filter suboptimal untuk model sinyal di atas dinamakan *Filter Kalman Perluasan* (*Extended Kalman Filter*).

Fungsi-fungsi nonlinier $f_k(\mathbf{s}(k))$ dan $h_k(\mathbf{s}(k))$, jika cukup mulus, dapat dijabarkan dalam deret Taylor di sekitar $\hat{\mathbf{s}}(k)$ dan $\hat{\mathbf{s}}(k|k-1)$ sebagai berikut

$$f_k(\mathbf{s}(k)) = f_k(\hat{\mathbf{s}}(k)) + \mathbf{F}(k)(\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k)) + \dots$$

$$h_k(\mathbf{s}(k)) = h_k(\hat{\mathbf{s}}(k|k-1)) + \mathbf{H}^T(k)(\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k|k-1)) + \dots$$

Dengan mengabaikan suku-suku orde tinggi, kita dapat mendekati model sinyal pada Persamaan (2.68) dan Persamaan (2.69) sebagai berikut

$$\mathbf{s}(k+1) = \mathbf{F}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{w}(k) + \mathbf{u}(k) \quad (2.71)$$

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{H}^T(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) + \mathbf{r}(k) \quad (2.72)$$

di mana $\mathbf{u}(k)$ dan $\mathbf{r}(k)$ dihitung dengan persamaan

$$\mathbf{u}(k) = f_k(\hat{\mathbf{s}}(k)) - \mathbf{F}(k)\hat{\mathbf{s}}(k) \text{ dan } \mathbf{r}(k) = h_k(\hat{\mathbf{s}}(k|k-1)) - \mathbf{H}^T(k)\hat{\mathbf{s}}(k|k-1). \quad (2.73)$$

Persamaan filter Kalman perluasan untuk model sinyal di atas merupakan variasi dari persamaan filter yang telah diturunkan didepan. Persamaan-persamaannya adalah sebagai berikut

$$\hat{\mathbf{s}}(k) = \hat{\mathbf{s}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{x}(k) - h_k(\hat{\mathbf{s}}(k|k-1))] \quad (2.74)$$

$$\hat{\mathbf{s}}(k+1|k) = f_k(\hat{\mathbf{s}}(k)) \quad (2.75)$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{V}(k|k-1)\mathbf{H}(k)[\mathbf{H}^T(k)\mathbf{V}(k|k-1)\mathbf{H}(k) + \theta(k)]^{-1} \quad (2.76)$$

$$\mathbf{V}(k) = \mathbf{V}(k|k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}^T(k)\mathbf{V}(k|k-1) \quad (2.77)$$

$$\mathbf{V}(k+1|k) = \mathbf{F}(k)\mathbf{V}(k)\mathbf{F}^T(k) + \Xi(k). \quad (2.78)$$

Terdapat banyak variasi algoritma filter Kalman perluasan, tergantung pada teknik penurunan dan asumsi-asumsi yang digunakan. Sebagai contoh, filter dapat diturunkan dengan memasukkan lebih banyak suku dalam ekspansi deret Taylor dari $f_k(\mathbf{s}(k))$ dan $h_k(\mathbf{s}(k))$; jika kita memasukkan dua suku maka filter yang dihasilkan disebut filter Kalman perluasan orde dua.

Bab III

Sistem Lalu Lintas Jalan Raya

3.1. Umum

Sistem lalu lintas pada dasarnya didesain dan dikembangkan dengan tujuan untuk menghasilkan pergerakan arus lalu lintas yang kontinyu, berkecepatan tinggi, dan dengan sedikit hambatan pada fasilitas-fasilitas yang memiliki akses terbatas (Federal Highway Administration, 1997). Pada awal desain, dipikirkan untuk membangun sistem manajemen dan pengaturan lalu lintas untuk menjaga mobilitas dengan level yang tinggi pada fasilitas-fasilitas tersebut. Akan tetapi, karena pertumbuhan daerah-daerah perkotaan, sistem jalan raya menjadi semakin sesak. Pada saat ini, pendekatan dengan membangun lebih banyak jalan untuk mengurangi kemacetan menjadi kurang dapat diterima secara politis dan sosial dan semakin sulit diwujudkan secara ekonomi. Di Indonesia, hal ini antara lain menjadi tanggung jawab Dinas Lalu Lintas dan Angkutan Jalan Raya (DLLAJR) untuk merencanakan, membangun, mengoperasikan, dan memelihara infrastruktur jalan raya untuk menciptakan penggunaan yang terbaik dari kapasitas jalan yang ada. Sistem manajemen lalu lintas bertujuan menciptakan arus lalu lintas yang lancar dan pemakaian sistem jalan raya yang semakin baik, dengan menerapkan strategi-strategi kontrol dan aktifitas-aktifitas operasional untuk mencegah terjadinya kemacetan dan mengurangi durasi dan perluasan area kemacetan jika hal itu terjadi. Dengan semakin tingginya kebutuhan akan lalu lintas, sistem manajemen jalan raya dikembangkan untuk menyediakan berbagai macam pelayanan.

Pada bab ini akan dibahas permasalahan sistem lalu lintas secara umum, variabel-variabel dan ukuran-ukuran lalu lintas, sensor lalu lintas, dan pemodelan sistem lalu lintas untuk kepentingan estimasi.

3.1.1. Ukuran-ukuran Lalu Lintas

Ukuran-ukuran atau variabel-variabel dalam teori lalu lintas jalan raya antara lain:

- *Volume* atau *flow*.
- Kecepatan rata-rata.
- Kepadatan (*density*).
- *Occupancy*.

Volume digunakan untuk mengukur kuantitas lalu lintas dan didefinisikan sebagai jumlah kendaraan yang melalui suatu seksi jalan raya selama satu periode waktu, biasanya 1 jam. *Flow* adalah *volume* yang diukur selama periode kurang dari 1 jam. Akan tetapi, biasanya terdapat kerancuan antara *volume* dan *flow*. *Kapasitas* jalan raya menyatakan *flow* maksimum lalu lintas yang dapat melalui suatu seksi jalan. Jika *flow* meningkat dan mendekati kapasitas, kemacetan akan terjadi. *Flow* biasanya digunakan untuk mengevaluasi trend historis dan meramalkan terjadinya kemacetan pada suatu seksi jalan di masa yang akan datang.

Kecepatan rata-rata merupakan ukuran yang penting untuk menentukan kualitas operasi lalu lintas. Pengukuran kecepatan biasanya diambil pada tiap-tiap kendaraan dan dirata-rata untuk memperoleh karakteristik arus lalu lintas keseluruhan. Kecepatan terukur dapat dibandingkan dengan nilai optimalnya untuk mengestimasi level operasi suatu jalan raya atau untuk mendeteksi kecelakaan. Mengukur kecepatan pada titik yang berbeda di jalan dapat membantu menentukan di mana kemacetan mungkin terjadi. Terdapat dua macam ukuran kecepatan rata-rata, yaitu *kecepatan rata-rata waktu* dan *kecepatan rata-rata ruang*. Kecepatan rata-rata waktu didefinisikan sebagai

$$\bar{V}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i \quad (3.1)$$

di mana

\bar{V}_t = kecepatan rata-rata waktu

v_i = kecepatan kendaraan individual

N = jumlah kendaraan yang diamati.

Sedangkan kecepatan rata-rata ruang dinyatakan sebagai

$$\bar{V}_s = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{v_i}} \quad (3.2)$$

di mana

\bar{V}_s = kecepatan rata-rata ruang.

Kepadatan menyatakan jumlah kendaraan yang ada didalam suatu seksi jalan dengan dimensi tertentu. Besarnya tergantung panjang jalan dan banyaknya jalur dari jalan yang diukur. Variabel ini sifatnya teoritis saja, karena pada prakteknya sangat sulit diperoleh.

Hubungan antara ketiga variabel *flow*, kecepatan rata-rata, dan kepadatan di atas dapat dinyatakan dalam persamaan berikut

$$q = d \bar{V}_s \quad (3.3)$$

di mana

q = *flow*

d = kepadatan.

Pendekatan yang lain menyatakan hubungan di atas dalam bentuk eksponensial

$$q = V_m \ln \frac{d_j}{d} \quad (3.4)$$

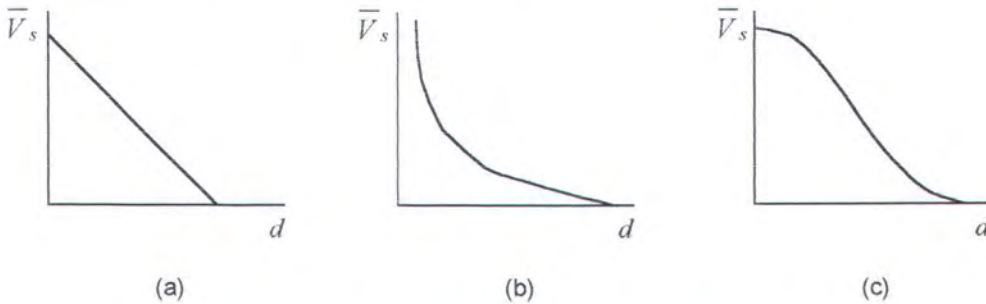
di mana

V_m = kecepatan pada *flow* maksimum

d_j = kepadatan maksimum.

Untuk hubungan antara kepadatan dan kecepatan rata-rata, terdapat beberapa pendekatan yang digunakan. Tiga diantaranya ditunjukkan pada Gambar 3.1.a, Gambar 3.1.b, dan Gambar 3.1.c. Ketiga hubungan tersebut menunjukkan kecenderungan yang sama yaitu *nonincreasing*. Kondisi di sekitar nilai kepadatan yang sangat rendah dan

kecepatan yang sangat tinggi dinamakan *kondisi arus bebas (free flow condition)*, dan kecepatan pada kepadatan nol disebut *kecepatan arus bebas (free flow speed)*. Sedangkan nilai kepadatan pada saat kecepatan rata-rata sama dengan nol disebut *jam density*. Riset empiris menunjukkan bahwa kecepatan turun secara eksponensial jika kepadatan semakin tinggi (Wright, P.H. dan N.J. Ashford, 1989).



Gambar 3.1. Hubungan kepadatan – kecepatan rata-rata

Occupancy didefinisikan sebagai persentase waktu di mana suatu seksi jalan terisi oleh kendaraan, dan dapat digunakan sebagai ukuran pengganti dari kepadatan. *Occupancy* diukur dengan detektor, dan jauh lebih mudah diperoleh daripada kepadatan. Nilai *occupancy* berkisar dari 0 persen (tidak ada kendaraan yang melalui seksi jalan) sampai 100 persen (kendaraan berhenti di dalam seksi jalan).

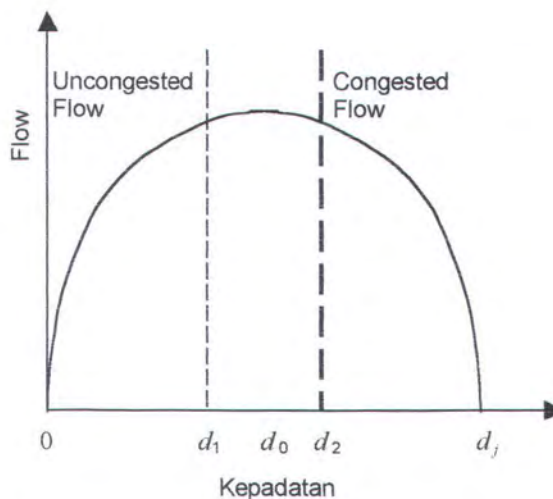
3.1.2. Kemacetan Lalu Lintas

Kemacetan di jalan raya terjadi pada saat kebutuhan melampaui kapasitas. Suatu seksi jalan di mana kebutuhan lalu lintas melampaui kapasitas jalan disebut *bottleneck*. Hal itu dapat terjadi karena kebutuhan yang naik melebihi kapasitas atau karena kapasitas yang menurun sampai pada tingkat tertentu sehingga tidak dapat mengakomodasikan kebutuhan.

Kondisi *bottleneck* seringkali terjadi pada sistem jalan raya di banyak kota besar. Umumnya, kemacetan dapat dibedakan menjadi *recurring* dan *nonrecurring*. Kemacetan *recurring* biasanya disebabkan oleh jumlah lalu lintas yang ingin menggunakan jalan melampaui kemampuan sistem untuk menampungnya. Biasanya, kemacetan jenis ini

terjadi pada lokasi-lokasi yang dapat diramalkan selama periode yang tertentu dalam satu hari. Kemacetan nonrecurring, sebaliknya, disebabkan oleh kejadian yang acak dan kurang dapat diramalkan, seperti kecelakaan lalu lintas atau kejadian-kejadian lain yang mengurangi kapasitas jalan raya secara temporer, atau karena situasi-situasi khusus (seperti peristiwa olah raga, aktifitas konstruksi dan maintainan, dan sebagainya) yang meningkatkan kebutuhan akan jalan raya.

Kemacetan seringkali dinyatakan dalam variabel-variabel lalu lintas seperti *flow*, densiti (kepadatan), dan kecepatan rata-rata. Sebagai contoh, Gambar 3.2 menunjukkan hubungan fundamental antara *flow* dan kepadatan. Pada saat kepadatan meningkat dari nol sampai nilai tertentu, k_1 , *flow* meningkat dan operasi tersebut dikatakan *uncongested*. Akan tetapi, jika kepadatan semakin naik dari k_1 ke k_2 , meskipun *flow* cenderung naik, operasi lalu lintas menjadi tidak stabil, dan kemungkinan terjadi kecelakaan yang serius semakin besar. Jika kepadatan semakin besar di atas k_2 menyebabkan menurunnya *flow* sampai, secara teoritis, mencapai nol pada kondisi yang disebut *jam density*, k_j . Arus lalu lintas yang terjadi pada kepadatan lebih besar daripada k_2 diklasifikasikan sebagai macet (*congested*).



Gambar 3.2. Kemacetan dan hubungan fundamental antara *Flow* dan kepadatan

Nilai kepadatan yang digunakan untuk menentukan kondisi kemacetan tergantung dari sejumlah faktor seperti geometri jalan, komposisi lalu lintas, dan perilaku pemakai jalan. Kepadatan lalu lintas pada saat terjadi kemacetan berkisar antara 24.8 dan 29.9 mobil penumpang per kilometer per jalur (pc/km/ln). *Occupancy* dalam range 0 sampai 20, 20 sampai 30, dan 30 sampai 100 persen berturut-turut menyatakan kondisi *uncongested*, tak stabil (akan terjadi kemacetan), dan *congested*.

Pengaruh kemacetan terhadap operasi lalu lintas meliputi:

- Meningkatkan jeda.
- Menurunkan kecepatan dan menjadi tidak konsisten.
- Meningkatkan potensi terjadinya kecelakaan.
- Karakteristik lain yang tidak diinginkan.

3.2. Pengamatan Lalu Lintas

Dalam sistem manajemen lalu lintas, komponen pengamatan (*surveillance*) adalah proses pengumpulan data di lapangan. Data-data tersebut memberikan informasi mengenai kondisi di lapangan kepada komponen sistem yang lain. Pengamatan menghasilkan informasi yang diperlukan untuk menjalankan fungsi-fungsi berikut:

- Pengukuran kondisi lalu-lintas dan lingkungan.
- Pengambilan keputusan kontrol.
- Memonitor performan sistem.

Pengamatan dianggap perlu dilakukan pada lokasi-lokasi berikut:

- Jalan raya yang terletak pada area di mana seringkali terjadi peningkatan jumlah kendaraan yang cukup tinggi.
- Jalan raya yang terletak pada area di mana terdapat aktifitas pemeliharaan atau pembangunan.
- Jalan raya yang terletak pada area di mana frekuensi terjadinya kecelakaan lalu lintas tinggi.

Area-area tersebut cenderung mengalami kemacetan, dan pengamatan yang dikombinasikan dengan manajemen lalu lintas dapat digunakan sebagai solusi alternatif daripada membangun jalur jalan tambahan yang memerlukan biaya yang mahal.

3.2.1. Tipe Data

Data yang diperoleh dari pengamatan lalu lintas dapat dibedakan menjadi *data real-time* dan *data historis*. Kedua jenis data tersebut digunakan untuk tujuan manajemen lalu lintas. Data real-time diperlukan untuk tujuan-tujuan berikut:

- Memonitor operasi lalu lintas dan kondisi lingkungan setiap saat (*current*).
- Mendeteksi kecelakaan.
- Menerapkan strategi kontrol.

Data historis adalah data yang diperoleh pada waktu yang lalu, dan digunakan untuk beberapa tujuan, antara lain:

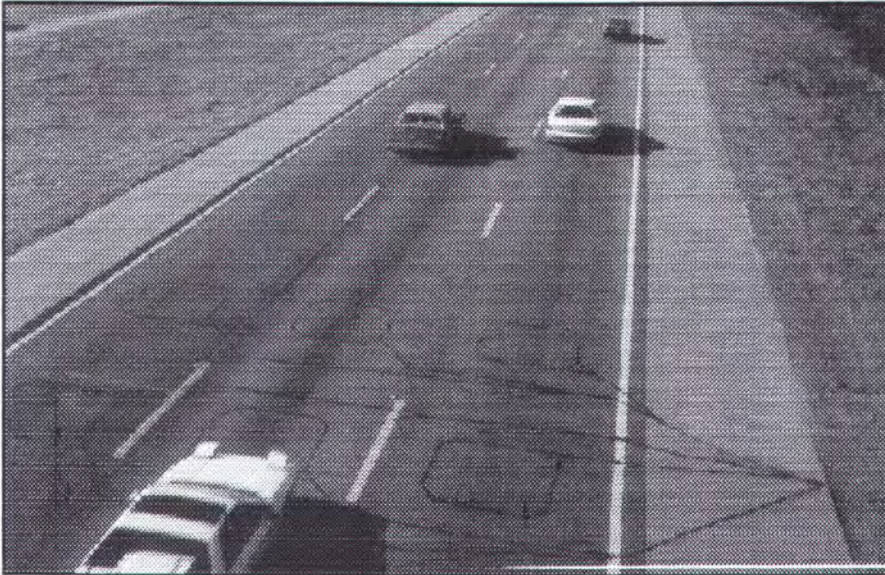
- Menyediakan informasi mengenai kondisi lalu lintas di seksi jalan tertentu pada waktu lalu.
- Melakukan analisa untuk mengetahui pengaruh penerapan suatu strategi kontrol tertentu.
- Membuat model simulasi untuk menganalisa perbaikan yang dilakukan.
- Membuat model perencanaan untuk menyusun prioritas pembangunan.

3.2.2. Sensor Lalu Lintas

Banyak teknologi yang dapat digunakan untuk mengumpulkan data lalu lintas. Diantaranya, yang paling banyak digunakan untuk saat ini adalah *detektor loop induktif* atau *detektor loop* saja. Alat ini termasuk dalam detektor yang ditanam. Gambar 3.3 menunjukkan penggunaan detektor loop untuk tujuan pengamatan jalan raya. Komponen-komponen yang penting meliputi:

- Satu atau lebih lingkaran (loop) kawat berisolasi yang ditanam didalam potongan jalan yang sempit dan dangkal.

- Kabel yang menghubungkan loop ke detektor melalui sisi jalan.
- Unit detektor (atau penguat detektor) yang menerjemahkan perubahan kelistrikan loop pada saat ada kendaraan yang lewat di atasnya.



Gambar 3.3. Detektor loop induktif untuk pengamatan jalan bebas hambatan

Sistem loop menjadi aktif jika unit detektor mengirim arus listrik melalui kabel, menciptakan medan magnet didalam loop. Pada saat kendaraan lewat di atas loop, materi logam pada kendaraan tersebut menyebabkan penurunan induktansi sirkuit. Hal ini meningkatkan frekuensi osilasi yang kemudian diindra oleh unit detektor.

Detektor loop dapat mengukur banyak parameter lalu lintas, antara lain:

- Jumlah kendaraan (*counting*).
- Kecepatan.
- *Occupancy*.
- Klasifikasi kendaraan.

Detektor loop dapat beroperasi dalam mode *pulse* atau *presence*. Dalam mode *pulse*, suatu sinyal pendek (biasanya 0.125 detik) dikirimkan dari loop ke unit detektor tiap kali kendaraan lewat di atasnya dan dapat digunakan untuk menghitung *volume*. Dalam mode *presence*, sinyal dikirim ke unit detektor selama kendaraan berada di dalam area

deteksi. Detektor *presence* digunakan dalam mengukur *volume* dan *occupancy*, dan digunakan untuk sebagian besar aplikasi. Loop dapat digunakan untuk mendeteksi kecepatan kendaraan dengan meletakkan dua loop mode *pulse* terpisah dalam jarak yang pendek. Jarak antar loop dibagi dengan waktu yang dibutuhkan oleh kendaraan untuk melalui kedua loop menghasilkan kecepatan kendaraan tersebut.

Detektor loop mempunyai kelemahan-kelemahan antara lain:

- Pemasangan memerlukan pemotongan permukaan jalan.
- Pemasangan dan perawatan memerlukan penutupan jalur jalan.
- Tekanan lalu lintas yang terus menerus akan menurunkan kondisinya.

Selain itu, yang menjadi penyebab timbulnya kesalahan/kegagalan pada loop antara lain adalah:

- Permasalahan pada fisik permukaan jalan (keretakan atau pergeseran).
- Memburuknya kondisi isolator kawat.
- Sambungan listrik yang tidak bagus.
- Kerusakan karena aktifitas konstruksi.
- Penyetelan unit detektor yang tidak sesuai.
- Kegagalan unit detektor.
- Surja listrik.

Dari permasalahan di atas dan contoh yang telah diberikan sebelumnya pada Bab I (Gambar 1.2) diperoleh gambaran perlunya suatu metode estimasi yang tidak akan mengakumulasi kesalahan-kesalahan yang terjadi jika kita ingin mengetahui kepadatan seksi jalan setiap saat.

3.3. Pemodelan Sistem Lalu Lintas

Dimisalkan suatu sistem lalu lintas (jembatan, jalan raya, atau terowongan) dengan sensor-sensor yang diletakkan di berbagai lokasi di dalam sistem. Setiap sensor dapat merekam secara efektif jumlah kendaraan yang lewat di atasnya. Dari pengukuran

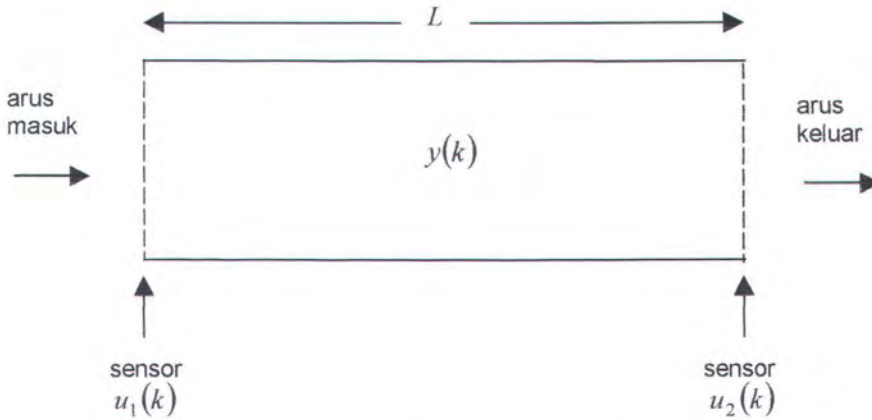
tersebut, kita akan membangkitkan estimasi jumlah kendaraan di dalam seksi di antara sensor setiap interval waktu diskrit (Szeto, M.W. dan D.C. Gazis, 1972).

Pertama, jika kita menyatakan $y(k)$ sebagai jumlah kendaraan di dalam seksi jalan pada interval waktu diskrit ke- k ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$), $u_1(k)$ sebagai jumlah kendaraan yang memasuki seksi antara waktu $k + 1$ dan k , dan $u_2(k)$ sebagai jumlah kendaraan yang meninggalkan seksi pada interval waktu yang sama, kita memperoleh persamaan beda

$$y(k+1) = y(k) + u_1(k) - u_2(k). \quad (3.5)$$

Kita dapat memasukkan kesalahan hitung yang kadang-kadang terjadi pada sensor dengan memisalkannya sebagai noise *white* dengan rata-rata nol $w(k)$, dan menuliskan kembali Persamaan (3.5) di atas sebagai

$$y(k+1) = y(k) + u_1(k) - u_2(k) + w(k). \quad (3.6)$$



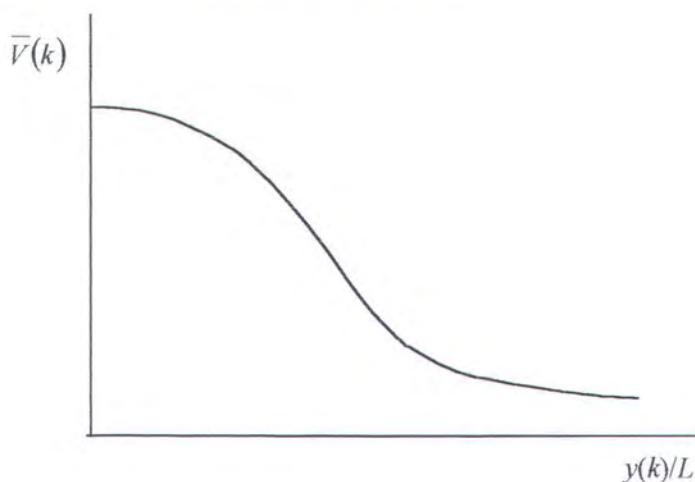
Gambar 3.4. Satu seksi dari sistem lalu lintas

Dalam estimasi dengan metode filter Kalman, diperlukan model sinyal pengamatan. Dalam hal ini diambil variabel kecepatan rata-rata ruang yang akan dinotasikan dengan $\bar{V}(k)$. Kecepatan rata-rata ruang, untuk selanjutnya dinyatakan dengan kecepatan rata-rata saja, merupakan variabel yang mengukur kecepatan rata-rata dari arus lalu lintas keseluruhan.

Seperti telah disebutkan sebelumnya, banyak bentuk hubungan antara kecepatan arus rata-rata ini dengan kepadatan lalu-lintas yang telah diusulkan. Hubungan fungsional tersebut ada yang berbentuk linier, eksponensial, logaritmis, dan lain-lain. Semua hubungan itu telah diuji dengan data lalu lintas aktual. Meskipun masing-masing mempunyai justifikasi teoritis baik dari model car following maupun dari model *macroscopic flow*, jarang sekali terdapat bukti yang sangat kuat mendukung salah satu dari hubungan tersebut (D.C. Gazis, R. Herman, dan R.W. Rothery, 1961). Pada umumnya, kecepatan arus semakin rendah jika kepadatan semakin tinggi. Dengan memberikan nilai parameter yang benar, kita dapat menggunakan bentuk berikut sebagai pendekatan hubungan kecepatan-kepadatan

$$\bar{V}(k) \cong b(k) e^{-[(y(k)/L)/a(k)]^2 / 2}, \quad (3.7)$$

di mana L adalah panjang seksi, $b(k)$ dan $a(k)$ merupakan parameter-parameter yang ditentukan dari pengamatan arus lalu lintas. Jika kita menggambarkan grafik kecepatan arus $\bar{V}(k)$ terhadap kepadatan $y(k)/L$ sesuai dengan hubungan di atas, kita dapatkan kurva lonceng (setengah sebelah kanan) seperti pada Gambar 3.5.



Gambar 3.5. Hubungan kecepatan-kepadatan

Seperti sebelumnya, jika penyimpangan dari model dapat didekati dengan *white noise* dengan rata-rata nol, kita dapatkan persamaan berikut

$$\bar{V}(k) = b(k)e^{-[(y(k)/L)/a(k)]^2/2} + n(k) \quad (3.8)$$

di mana $n(k)$ menyatakan noise. Parameter $b(k)$ dan $a(k)$ dapat dianggap sebagai variabel tak berubah waktu yang ditentukan untuk setiap periode pengamatan dan memenuhi hubungan

$$a(k+1) = a(k) \quad (3.9)$$

$$b(k+1) = b(k). \quad (3.10)$$

Persamaan (3.6), (3.9), dan (3.10) membentuk kumpulan persamaan state seperti pada Persamaan (2.53), dan Persamaan (3.8) merupakan persamaan pengamatan seperti pada Persamaan (2.58). Variabel state adalah jumlah kendaraan didalam seksi $y(k)$ dan parameter-parameter $a(k)$ dan $b(k)$, sedangkan variabel yang diamati adalah kecepatan arus lalu lintas rata-rata $\bar{V}(k)$. Sebagai penggerak sistem, selain noise, adalah $u_1(k)$ dan $u_2(k)$ yang merupakan fungsi waktu yang diketahui nilainya dari pengukuran sensor. Sekarang kita dapat memperoleh estimasi state dengan menggunakan filter Kalman perluasan yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya. Jika kita ingin mengetahui berapa jumlah kendaraan yang ada di sembarang seksi setiap saat, kita dapat mengimplementasikan algoritma estimasi untuk semua seksi, dengan menganggap setiap seksi bebas terhadap seksi yang lain.

Dengan metode filter Kalman perluasan, model sistem dan pengamatan di atas dapat dinyatakan dengan persamaan state dalam bentuk matriks

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{F}\mathbf{s}(k-1) + \mathbf{w}(k-1), \quad (2.53)$$

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{H}^T \mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (2.58)$$

Matriks \mathbf{F} dan \mathbf{H}^T kita dapatkan dengan menuliskan kembali Persamaan (2.70)

$$\mathbf{F}(k) = \frac{\partial f_k(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}} \Big|_{\mathbf{s} = \hat{\mathbf{s}}(k)}, \quad \mathbf{H}^T(k) = \frac{\partial h_k(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}} \Big|_{\mathbf{s} = \hat{\mathbf{s}}(k|k-1)},$$

di mana $f_k(\cdot)$ merupakan fungsi berubah waktu yang menyatakan dinamika sistem dan $h_k(\cdot)$ merupakan fungsi yang menghubungkan variabel state dengan variabel

pengamatan, maka kita bisa memperoleh matriks \mathbf{F} dan vektor \mathbf{H} (karena hanya mengandung satu persamaan) berturut-turut dengan mendiferensiasi kumpulan Persamaan (3.5), Persamaan (3.9), dan Persamaan (3.10) parsial terhadap variabel state, dan mendiferensiasi Persamaan (3.7) juga parsial terhadap variabel state.

Karena kuantitas-kuantitas $u_1(k)$ dan $u_2(k)$ merupakan keluaran sensor yang nilainya tidak mempunyai hubungan fungsional langsung dengan masing-masing variabel state, maka

$$\mathbf{F}(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Sedangkan \mathbf{H} merupakan vektor kolom berubah waktu yang bergantung pada nilai prediksi setiap saat, yaitu

$$\mathbf{H}^T(k) = \frac{\partial h_k(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}} \Big|_{\mathbf{s} = \hat{\mathbf{s}}(k|k-1)} = \frac{\partial \bar{V}_k(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}} \Big|_{\mathbf{s} = \hat{\mathbf{s}}(k|k-1)}.$$

Jika kita nyatakan

$$\hat{\mathbf{s}}(k|k-1) = \begin{bmatrix} \hat{y}(k|k-1) \\ \hat{a}(k|k-1) \\ \hat{b}(k|k-1) \end{bmatrix},$$

maka vektor \mathbf{H} adalah

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} -\hat{b}(k|k-1) \frac{\hat{y}(k|k-1)}{(L\hat{a}(k|k-1))^2} e^{-\frac{(\hat{y}(k|k-1)/\hat{a}(k|k-1)/L)^2}{2}} \\ \hat{b}(k|k-1) \frac{(\hat{y}(k|k-1))^2}{L^2 (\hat{a}(k|k-1))^3} e^{-\frac{(\hat{y}(k|k-1)/\hat{a}(k|k-1)/L)^2}{2}} \\ e^{-\frac{(\hat{y}(k|k-1)/\hat{a}(k|k-1)/L)^2}{2}} \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Vektor $\mathbf{w}(k)$ dan $\mathbf{n}(k)$ berturut-turut dinyatakan dengan

$$\mathbf{w}(k) = \begin{bmatrix} w(k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{n}(k) = [n(k)], \quad (3.13)$$

di mana diasumsikan kedua noise mempunyai *mean* nol dan *uncorrelated*.

$$E[w(k)] = 0,$$

$$E[n(k)] = 0,$$

$$\text{cov}[w(k), w(j)] = E[w(k)w^T(j)] = \Xi(k)\delta_{kj},$$

$$\Xi(k)\Xi^T(k) \geq 0, \quad (3.14)$$

$$\text{cov}[n(k), n(j)] = E[n(k)n^T(j)] = \theta(k)\delta_{kj},$$

$$\theta(k)\theta^T(k) > 0,$$

untuk semua k .

δ_{kj} menyatakan *delta kronecker*, yaitu

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 1, & \text{untuk } k = j \\ 0, & \text{untuk } k \neq j \end{cases} \quad (3.15)$$

Selanjutnya diasumsikan bahwa $\hat{s}(0| - 1)$, yaitu prediksi awal, merupakan bilangan acak dengan statistik diketahui dan independen terhadap $w(k)$ dan $n(j)$ untuk semua k, j .

Bab IV

Eksperimen dan Analisa Hasil Estimasi

4.1. Pembuatan Program Simulasi Estimasi

Dari model sistem lalu lintas satu seksi yang telah diperoleh sebelumnya, sekarang kita dapat menentukan prosedur estimasi kepadatan berdasarkan algoritma estimasi state rekursif filter Kalman. Kemudian dari prosedur tersebut dibuat program komputer sehingga dapat dilakukan simulasi untuk memperoleh gambaran mengenai kondisi sebenarnya jika estimator Kalman diimplementasikan sebagai bagian dari sistem manajemen lalu lintas yang ada.

Dalam bab ini akan dibahas penyusunan program simulasi mulai dari penerapan filter Kalman pada model sistem lalu lintas satu seksi jalan, penerjemahan algoritma estimasi rekursif yang dihasilkan kedalam alur logika program komputer, sampai penulisan program itu sendiri. Program tersebut dijalankan dengan memberikan nilai parameter yang berbeda-beda untuk melihat pengaruhnya terhadap hasil estimasi. Analisa hasil estimasi diberikan dengan menghitung kesalahan rata-rata (bias), varian kesalahan, persentase kesalahan, dan lain-lain.

4.1.1. Algoritma Simulasi

Model sistem lalu lintas satu seksi jalan, pada Persamaan (3.6), Persamaan (3.9), dan Persamaan (3.10), serta model pengamatan, pada Persamaan (3.8) adalah

Model sistem:

$$y(k+1) = y(k) + u_1(k) - u_2(k) + w(k) \quad (3.6)$$

$$a(k+1) = a(k) \quad (3.9)$$

$$b(k+1) = b(k). \quad (3.10)$$

Model pengamatan:

$$\bar{V}(k) = be^{-[(y(k)/L)/a]^2/2} + n(k). \quad (3.8)$$

Algoritma estimasi rekursif filter Kalman dapat dibagi dalam tiga bagian, yaitu inisialisasi, update estimasi, dan prediksi. Dalam bagian inisialisasi kita memberikan nilai prediksi awal dan kovarian kesalahan prediksi awal. Selain itu, ditentukan juga keluaran sensor dan proses pengamatan sebelumnya untuk memperoleh update estimasi sekarang. Dalam bagian update estimasi, dilakukan koreksi terhadap hasil prediksi sebelumnya. Sedangkan dalam bagian prediksi, nilai prediksi diperoleh dari nilai estimasi. Dalam simulasi ini, dibangkitkan nilai aktual (tanpa noise) untuk dibandingkan dengan hasil estimasi.

Untuk lebih jelasnya, kita dapat menuliskan algoritma tersebut secara lebih lengkap di bawah ini.

Inisialisasi:

Dimulai dengan menentukan

$$\hat{\mathbf{s}}(0|-1) \text{ dan } \mathbf{V}(0|-1)$$

$$k = 0.$$

Update estimasi:

Memperoleh $\hat{\mathbf{s}}(k)$ dan $\mathbf{V}(k)$ dari Persamaan (2.74) dan Persamaan (2.77)

$$\hat{\mathbf{s}}(k) = \hat{\mathbf{s}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{x}(k) - h_k(\hat{\mathbf{s}}(k|k-1))]$$

$$\mathbf{V}(k) = \mathbf{V}(k|k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}^T(k)\mathbf{V}(k|k-1)$$

di mana

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{V}(k|k-1)\mathbf{H}(k)[\mathbf{H}^T(k)\mathbf{V}(k|k-1)\mathbf{H}(k) + \theta(k)]^{-1} \quad (2.76)$$

$$\mathbf{H}^T(k) = \frac{\partial h_k(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}} \Big|_{\mathbf{s} = \hat{\mathbf{s}}(k|k-1)}, \quad (2.70)$$

atau kalau dijabarkan

$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} -\hat{b}(k|k-1) \frac{\hat{y}(k|k-1)}{(L\hat{a}(k|k-1))^2} e^{-\frac{(\hat{y}(k|k-1)/\hat{a}(k|k-1)/L)^2}{2}} \\ \hat{b}(k|k-1) \frac{(\hat{y}(k|k-1))^2}{L^2 (\hat{a}(k|k-1))^3} e^{-\frac{(\hat{y}(k|k-1)/\hat{a}(k|k-1)/L)^2}{2}} \\ e^{-\frac{(\hat{y}(k|k-1)/\hat{a}(k|k-1)/L)^2}{2}} \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

$$k = k + 1.$$

Prediksi:

Memperoleh $\hat{\mathbf{s}}(k+1|k)$ dan $\mathbf{V}(k+1|k)$ dari Persamaan (2.75) dan Persamaan (2.78)

$$\hat{\mathbf{s}}(k+1|k) = f_k(\hat{\mathbf{s}}(k))$$

$$\mathbf{V}(k+1|k) = \mathbf{F}(k)\mathbf{V}(k)\mathbf{F}^T(k) + \Xi(k)$$

di mana

$$\mathbf{F}(k) = \frac{\partial f_k(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}} \bigg|_{\mathbf{s} = \hat{\mathbf{s}}(k)}. \quad (2.70)$$

Pada setiap interval f_k , h_k , $\mathbf{F}(k)$ dan $\mathbf{H}(k)$ harus diupdate berdasarkan keluaran sensor dan nilai estimasi variabel state $y(k)$, $a(k)$, dan $b(k)$ yang diperoleh. Akan tetapi, karena tidak ada hubungan fungsional diantara ketiga fungsi tersebut, matriks $\mathbf{F}(k)$ menjadi konstan, yaitu

$$\mathbf{F}(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

4.1.2. Program Simulasi

Algoritma di atas bersifat rekursif. Dengan memberikan perkiraan awal, dibangkitkan estimasi state yang baru setiap kali pengamatan dilakukan (terdapat nilai vektor pengamatan yang baru). Asumsi-asumsi yang digunakan dalam membuat program simulasi tersebut adalah:

- Pengamatan dilakukan setiap 1 menit.

- Jumlah kendaraan yang masuk dan keluar seksi selama satu interval pengamatan merupakan bilangan acak normal dengan *mean* 8.387096774 dan varian 36.64516129.
 - Untuk inialisasi (baik aktual maupun prediksi), kendaraan yang berada didalam seksi dibangkitkan acak normal dengan *mean* 5.4677421 dan varian 22.924728.
- (Nilai statistik tersebut diperoleh dari data lalu lintas yang diambil dari keluaran sensor pada subarea 104, zone II yang berlokasi di perempatan jalan Raya Darmo – jalan Raya Dr. Soetomo dengan kode sensor 21004, ditunjukkan pada Tabel 4.1.).
- Penggunaan distribusi normal untuk semua pembangkitan bilangan acak dalam program simulasi ini karena pada kenyataannya, kebanyakan proses di alam mempunyai sifat-sifat distribusi normal, sinyal-sinyal *gaussian* akan tetap *gaussian* dalam kondisi linier, dan distribusi normal dapat digambarkan secara lengkap dengan *mean* dan variannya, sehingga dalam analisisnya menjadi lebih sederhana.
 - Nilai variabel state $b(k)$ diperoleh dengan *mengasumsikan free-flow speed* sebesar 65 km/jam. Sedangkan nilai $a(k)$ diperoleh dengan mengasumsikan panjang seksi L adalah 100 meter atau 0.1 kilometer dan seksi tersebut mengalami kemacetan (kecepatan rata-rata mendekati nol) jika jumlah mobil didalamnya sekitar 90 buah. Dari hubungan antara kepadatan dan kecepatan rata-rata pada bab sebelumnya, dan $e^{-7} \approx 0$,

Tabel 4.1. Data dari sensor 21004 perempatan jl. Raya Darmo – jl. Raya Dr. Soetomo. Diambil pada tanggal 29 Desember 1997, pukul 11.05 – 11.35.

T	Flow (kend/men)	Occupancy (det/men)	Occupacy (%)
1	2	1	1.666667
2	16	7	11.66667
3	1	0	0
4	13	5	8.333333
5	3	1	1.666667
6	3	1	1.666667
7	19	8	13.33333
8	2	1	1.666667
9	15	7	11.66667
10	4	1	1.666667

Tabel 4.1. (lanjutan)

T	Flow (kend/men)	Occupancy (det/men)	Occupacy (%)
11	6	3	5
12	18	7	11.66667
13	1	0	0
14	13	6	10
15	4	1	1.666667
16	11	5	8.333333
17	7	3	5
18	3	1	1.666667
19	19	8	13.33333
20	5	2	3.333333
21	8	4	6.666667
22	8	3	5
23	2	0	0
24	9	6	10
25	4	1	1.666667
26	18	9	15
27	5	2	3.333333
28	4	1	1.666667
29	14	8	13.33333
30	6	2	3.333333
31	17	9	15
Mean	6.633333	6.633333	34.23333
Varian	0.998851	1.550575	5.288506

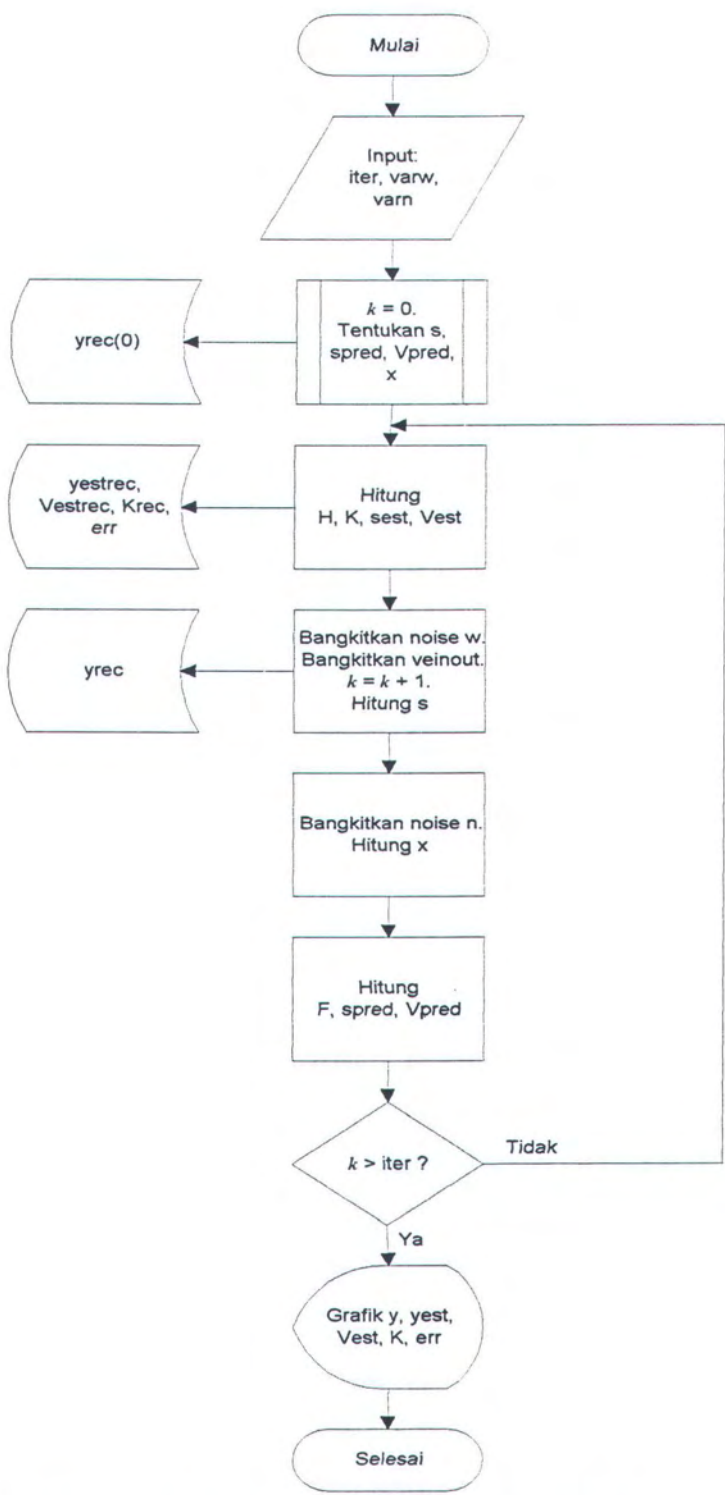
maka pada kondisi *jam density*

$$e^{-\left(y(k)/(a(k)L)\right)^2/2}=0 \tag{4.1}$$

$$\frac{\left(\frac{90}{a(k)\cdot 0.1}\right)^2}{2}\approx 7$$
$$a(k)\approx 240.5351 \tag{4.2}$$

Sebagai input adalah jumlah iterasi (*iter*), kovarian noise sistem (*varw*), dan kovarian noise pengamatan (*varn*). Dari algoritma dan asumsi-asumsi di atas, kita dapat membuat diagram alir seperti tampak dalam Gambar 4.1.

Berikut ini adalah listing program simulasi estimasi yang dibuat dalam bahasa MATLAB 5.1 karena kecepatan dan kemudahannya dalam menangani operasi vektor dan matriks serta menampilkan grafik.



Gambar 4.1. Diagram alir estimasi kepadatan lalu lintas

```

clear all;

iter=input('Jumlah iterasi : ');
varw=input('Varian noise proses (w) : ');
varn=input('Varian noise pengamatan (n) : ');

L=0.1;

sy=0;
while sy==0,
    y=sqrt(22.924728)*randn+5.4677421;
    if y>=0,
        sy=1;
    end;
end;
a=240.5351;
b=65;
s=[y a b]';
yrec(1)=s(1);

n=sqrt(varn)*randn;
x=s(3)*exp(-0.5*(s(1)/(L*s(2)))^2)+n;

sy=0;
while sy==0,
    spred=[sqrt(22.924728)*randn+5.4677421 a b]';
    if spred(1)>=0,
        sy=1;
    end;
end;
Vpred=[(y-spred(1))^2 0 0;0 0 0;0 0 0];

t1=clock;
i=1;
while i<=iter+1,
    H(1)=-spred(3)*(spred(1)/((L*spred(2))^2))*exp(-0.5*(spred(1)/(L*spred(2)))^2);
    H(2)=spred(3)*(spred(1))^2*exp(-0.5*(spred(1)/(L*spred(2)))^2)/(L^2*(spred(2))^3);
    H(3)=exp(-0.5*(spred(1)/(L*spred(2)))^2);

    K=Vpred*H'*inv(H*Vpred*H'+varn);
    Krec(i)=K(1);

    sest=spred+K*(x-spred(3)*exp(-0.5*(spred(1)/(L*spred(2)))^2));
    Vest=Vpred-K*H*Vpred;
    yestrec(i)=sest(1);
    Vestrec(i)=Vest(1,1);

```



```

err(i)=yrec(i)-yestrec(i);
w=sqrt(varw)*randn;

sy=0;
while sy==0,
    veinout=sqrt(36.64516129)*randn + 8.387096774 - ...
    (sqrt(36.64516129)*randn + 8.387096774);
    if (y+veinout)>=0,
        sy=1;
    end;
    dt=(clock-t1)*[0 0 86400 3600 60 1]';
    if (dt>=(iter*90/1000))&(sy==0),
        error('Program dihentikan karena terlalu lama !');
    end;
end;

i=i+1;
s=[y+veinout+w a b]';
yrec(i)=s(1)-w;

n=sqrt(varn)*randn;
x=s(3)*exp(-0.5*(s(1)/(L*s(2)))^2)+n;

F=[1 0 0;0 1 0;0 0 1];
spred=[sest(1)+veinout sest(2) sest(3)]';
covw=[varw 0 0;0 0 0;0 0 0];
Vpred=F*Vest*F'+covw;
end;

bias=(sum(err))/iter
mse=(sum(err.*err))/iter;
se=sqrt(mse)
mad=sum(abs(err))/iter
mpe=sum(err./yrec(1:iter+1))/iter

ii=0:150;
figure(1);
plot(ii,b*exp(-0.5*(ii/(L*a)).^2));
title('Hubungan antara kepadatan dan kecepatan rata-rata');
xlabel('Jumlah kendaraan');
ylabel('Kecepatan rata-rata (km/jam)');
t=0:(i-2)*5/60;
figure(2);
plot(t,yrec(12*t+1),'r',t,yestrec(12*t+1),'o');
title('Hasil estimasi kepadatan satu seksi jalan');

```



```

legend('aktual','estimasi');
xlabel('Waktu (menit)');
ylabel('Jumlah kendaraan');
t=0:i-2;
figure(3);
subplot(2,1,1),plot(t,Vestrec(t+1));
ylabel('Mean square estimation error');
xlabel('Iterasi');
subplot(2,1,2),plot(t,Krec(t+1));
ylabel('Gain');
xlabel('Iterasi');
upper(1:iter+1)=bias+3*se;
lower(1:iter+1)=bias-3*se;
figure(4);
plot(t,err(t+1),t,upper(t+1),'r',t,lower(t+1),'r');
ylabel('Error estimasi');
xlabel('Iterasi');

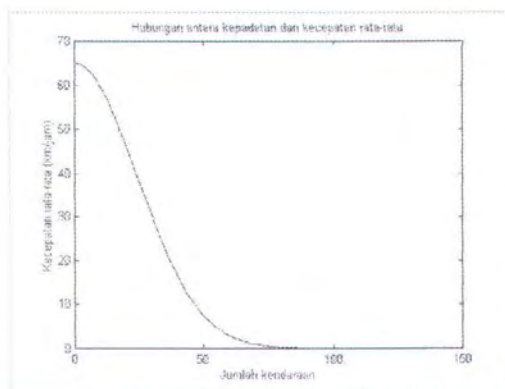
```

4.1.3. Masukan-Keluaran Program Estimasi Kepadatan

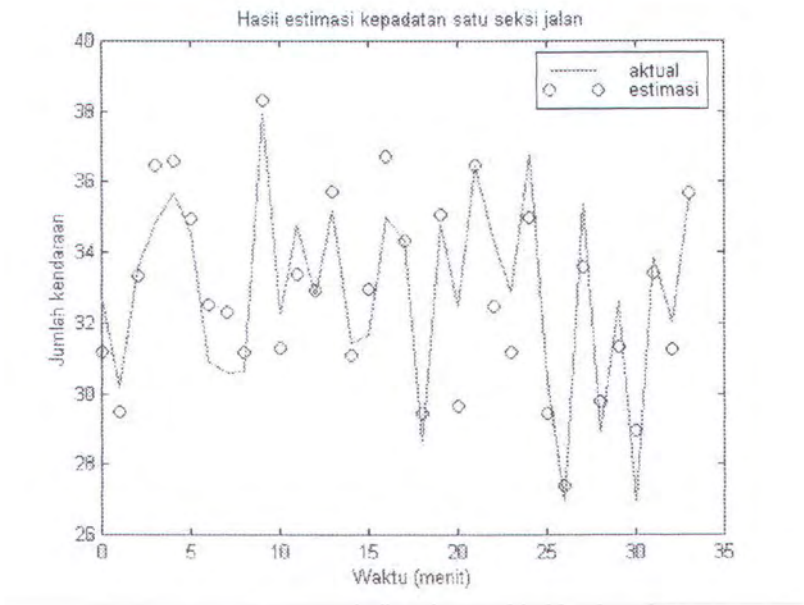
Contoh masukan-keluaran yang diperoleh dengan menjalankan program di atas diberikan di bawah ini. Penentuan nilai varian noise sistem dan noise pengamatan dilakukan dengan coba-coba. Di sini akan diberikan dua contoh dengan masukan yang berbeda sehingga dapat dibandingkan hasil estimasinya dari keluaran grafik yang ditampilkan.

Contoh 1:

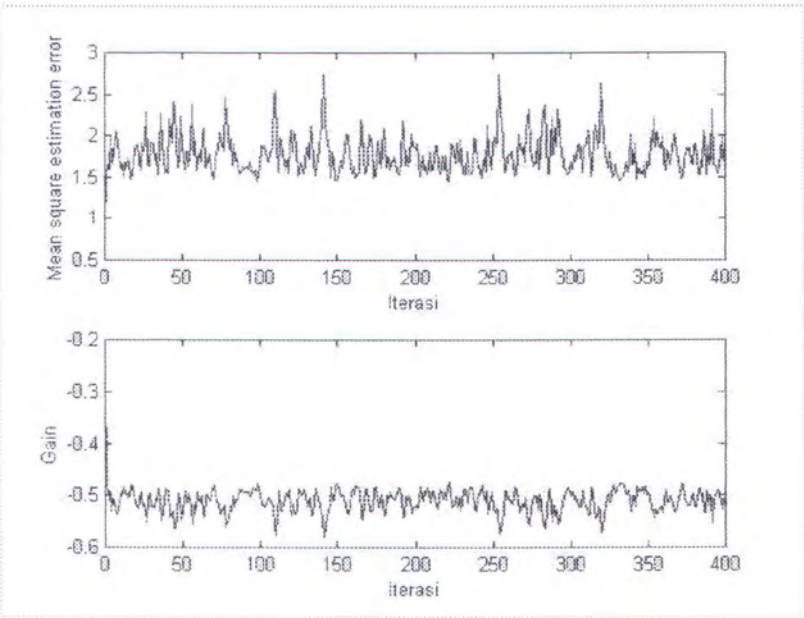
Jumlah iterasi : 400, Varian noise proses (w) : 5, Varian noise pengamatan (n) : 5



Gambar 4.2. Grafik hubungan kepadatan dan kecepatan rata-rata keluaran program

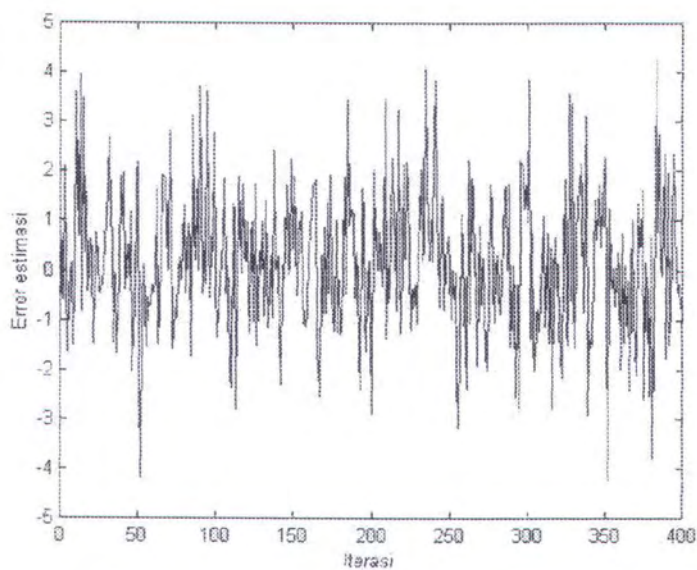


Gambar 4.3. Grafik hasil estimasi untuk contoh 1



Gambar 4.4. Grafik *mean-squared error* estimasi dan gain Kalman untuk contoh 1

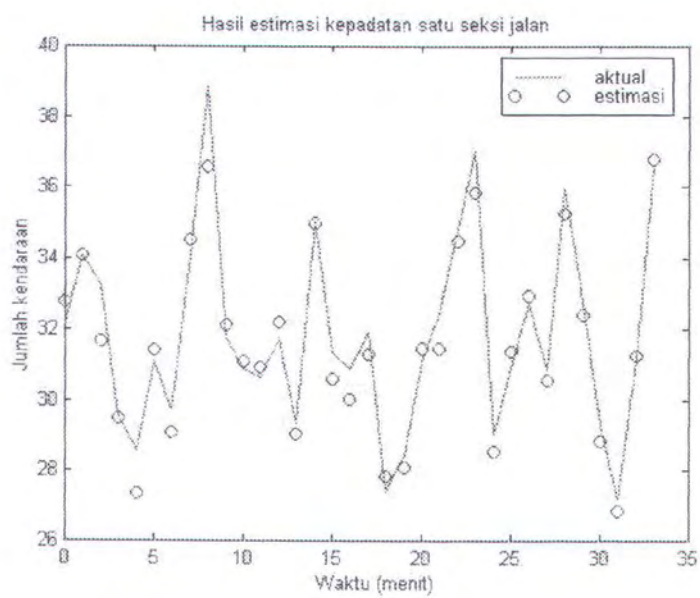
Grafik kesalahan (selisih antara sinyal aktual dan sinyal estimasi) untuk contoh ini ditunjukkan pada Gambar 4.5. Dari data kesalahan ini dapat dianalisa bias estimasi dan varian kesalahan untuk mengukur akurasi dari estimasi yang telah dikerjakan.



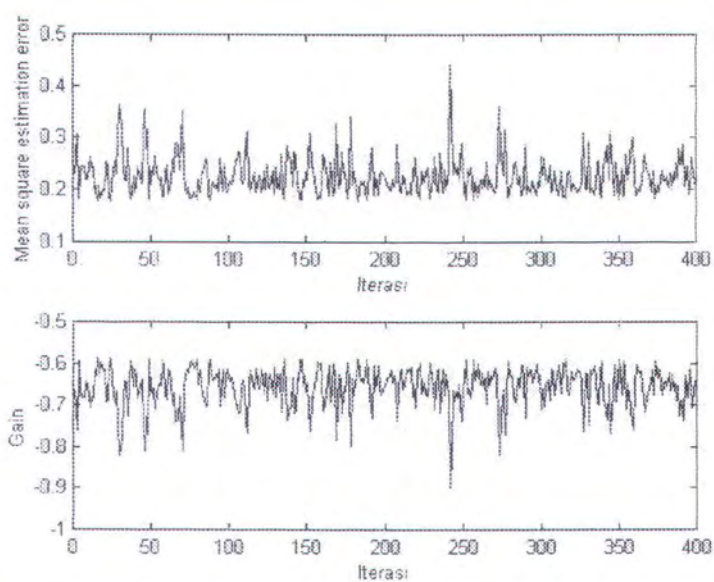
Gambar 4.5. Grafik kesalahan estimasi untuk contoh 1

Contoh 2:

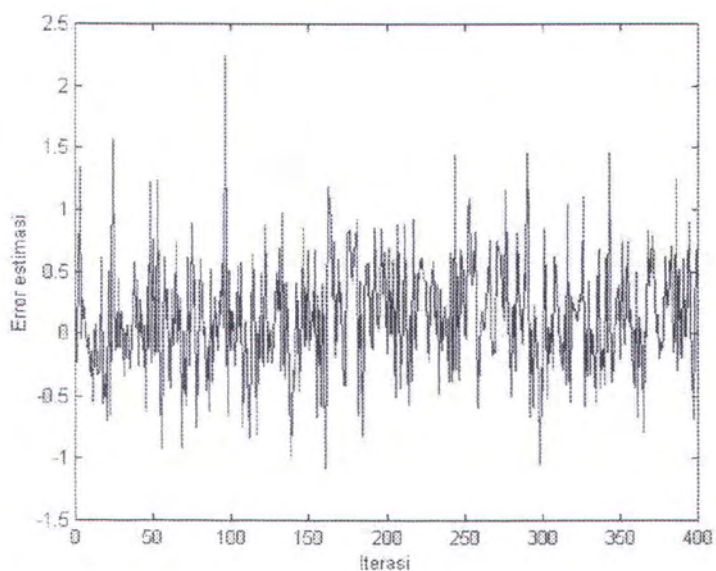
Jumlah iterasi : 400, Varian noise proses (w) : 5, Varian noise pengamatan (n) : 0.5



Gambar 4.6. Grafik hasil estimasi untuk contoh 2



Gambar 4.7. Grafik *mean-squared error* estimasi dan gain Kalman untuk contoh 2



Gambar 4.8. Grafik kesalahan estimasi untuk contoh 2

Untuk kedua contoh di atas, hasil perhitungan bias estimasi dan varian kesalahan estimasi ditunjukkan pada tabel di bawah ini.

Tabel 4.2. Hasil perhitungan bias estimasi dan varian kesalahan

	Bias estimasi	Varian kesalahan estimasi
Contoh 1	0.1616	2.1310
Contoh 2	0.1290	0.2454

Selanjutnya eksperimen dilakukan berulang-ulang dengan variasi masukan yang lebih banyak.

4.2. Eksperimen dan Analisa

Analisa hasil eksperimen ini bertujuan untuk mengetahui akurasi dari prosedur estimasi yang dilakukan. Hal ini meliputi perhitungan-perhitungan:

- **Bias**

Bias merupakan nilai yang secara langsung dapat diperkirakan dari grafik kesalahan estimasi di mana pada dasarnya merupakan rata-rata dari kesalahan estimasi. Bias dapat diperoleh dengan rumus

$$\text{Bias} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_{\text{est}}(i) - y(i))}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N \text{error estimasi pada interval } i}{N} \quad (4.3)$$

di mana

N = jumlah interval pengamatan

y_{est} = nilai estimasi pada interval waktu ke- i

y = nilai aktual pada interval waktu ke- i

- **Standard Error**

Untuk memperoleh nilai *standard error*, terlebih dulu kita definisikan *mean squared error* sebagai

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_{\text{est}}(i) - y(i))^2}{N} \quad (4.4)$$

Standard error atau *root mean square* (RMS) didefinisikan sebagai $SE = \sqrt{MSE}$.

- *Mean Absolute Deviation*

Mean absolute deviation (MAD) didefinisikan sebagai

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^N |y_{\text{est}}(i) - y(i)|}{N} \quad (4.5)$$

- *Mean Percentage Error*

Mean percentage error (MPE) merupakan rata-rata dari perbandingan antara kesalahan estimasi dengan hasil estimasi dan dapat dirumuskan dengan

$$MPE = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{y_{\text{est}}(i) - y(i)}{y(i)}}{N} \quad (4.6)$$

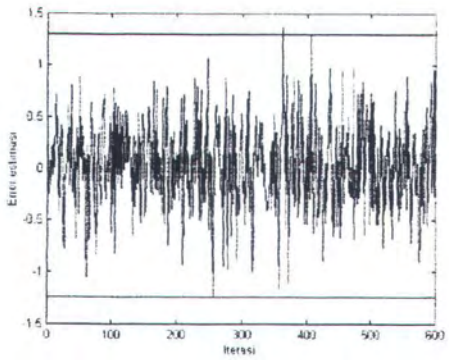
- *Control chart*

Dalam menjalankan suatu estimasi, kita ingin mengetahui seberapa besar nilai estimasi menyimpang dari nilai sebenarnya. Untuk itu kita perlu menentukan *interval kepercayaan* dengan batas-batas yang tergantung pada hasil perhitungan kesalahan di mana estimasi tersebut dikatakan valid jika nilai kesalahan estimasinya masih berada didalam interval tersebut. Interval $(\text{Bias} - 3 \times SE) \leq \text{error} \leq (\text{Bias} + 3 \times SE)$ digunakan untuk *tingkat kepercayaan* 99.8 % (distribusi normal). Agar lebih mudah dalam melihat validitas estimasi, maka dibuat *control chart* berupa grafik kesalahan estimasi dan garis *batas kepercayaan bawah dan batas kepercayaan atas* yang menunjukkan interval kepercayaan.

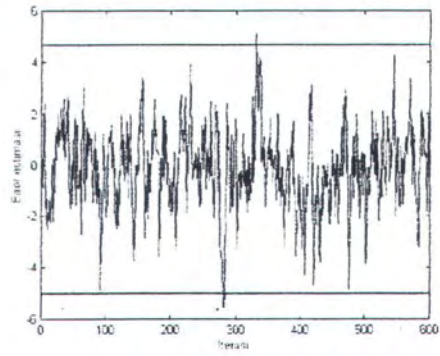
Selain eksperimen dilakukan dengan memberikan varian noise yang berbeda-beda, kita juga akan membandingkan estimasi yang dilakukan untuk lama waktu yang berbeda-beda pula. Eksperimen yang pertama dilakukan 25 kali dengan range untuk varian masing-masing noise 0.05 sampai 10. Tabel 4.3 menunjukkan perhitungan kesalahan dan berikutnya ditunjukkan control chart untuk setiap eksperimen.

Tabel 4.3. Analisa hasil estimasi

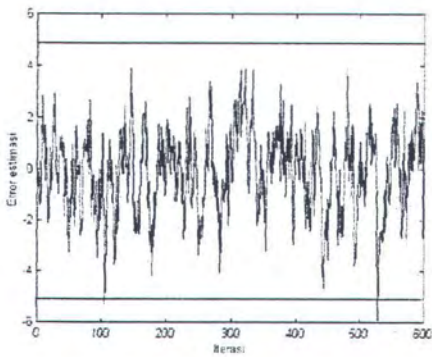
Eks.	Varian noise sistem	Varian noise pengamatan	Bias	SE	MAD	MPE
1	0.05	0.05	0.0313	0.4229	0.3421	9.7466e-4
2	0.05	0.5	-0.1544	1.6101	1.2378	-0.0041
3	0.05	1	-0.1079	1.6616	1.3298	-0.0034
4	0.05	5	0.3055	2.7381	2.1464	0.0095
5	0.05	10	-0.5404	4.1689	3.2417	-0.0150
6	0.5	0.05	0.0395	0.1833	0.1448	0.0011
7	0.5	0.5	-0.0192	0.7540	0.5949	-6.059e-4
8	0.5	1	-0.0908	0.9464	0.7716	-0.0027
9	0.5	5	-0.0925	1.5256	1.2166	-0.0032
10	0.5	10	0.1235	2.1811	1.7277	0.0033
11	1	0.05	0.0780	0.2362	0.1834	0.0020
12	1	0.5	0.0320	0.5892	0.4804	7.3938e-4
13	1	1	0.0060	0.7890	0.6322	5.5254e-5
14	1	5	-0.1216	1.6426	1.3301	-0.0036
15	1	10	-0.0094	1.9315	1.5445	-7.018e-4
16	5	0.05	0.1398	0.3011	0.2038	0.0044
17	5	0.5	0.2288	0.6654	0.5283	0.0059
18	5	1	0.1768	0.8194	0.6549	0.0045
19	5	5	0.0495	1.6711	1.3111	8.0078e-5
20	5	10	-0.0575	1.9829	1.5693	-0.0027
21	10	0.05	0.2263	0.5104	0.2815	0.0076
22	10	0.5	0.2510	0.6591	0.5002	0.0076
23	10	1	0.2789	0.8525	0.6818	0.0079
24	10	5	0.2145	1.6417	1.2931	0.0042
25	10	10	0.2418	2.1401	1.6487	0.0052



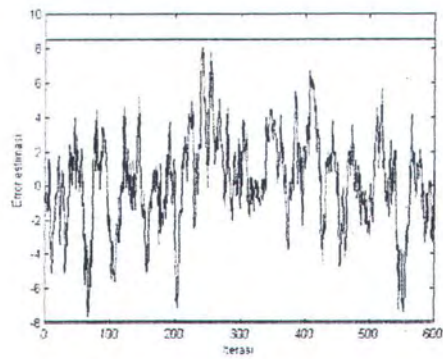
Gambar 4.9. Eksperimen 1



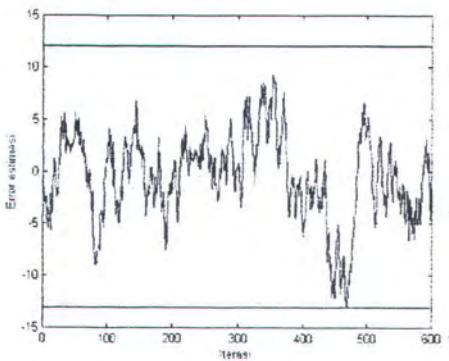
Gambar 4.10. Eksperimen 2



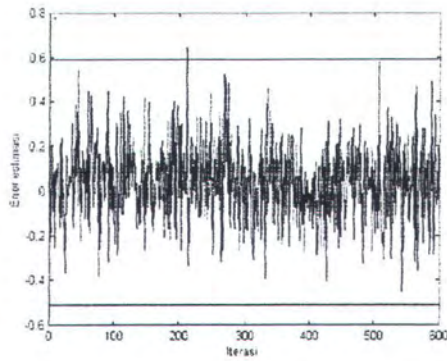
Gambar 4.11. Eksperimen 3



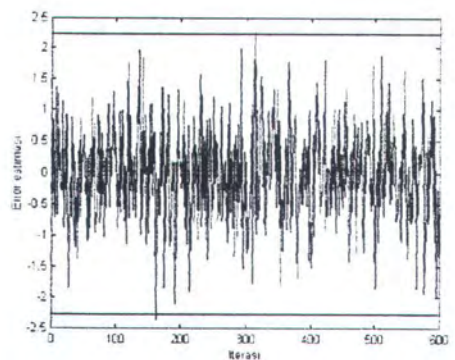
Gambar 4.12. Eksperimen 4



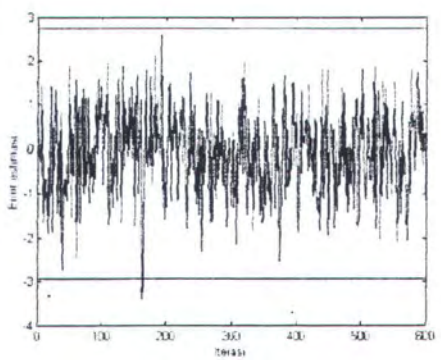
Gambar 4.13. Eksperimen 5



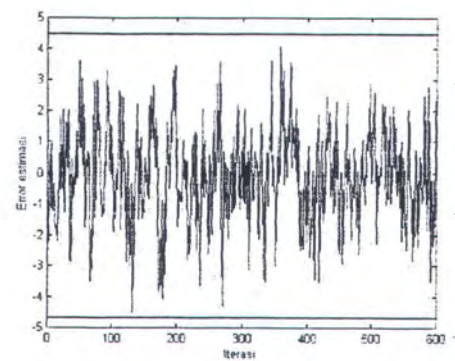
Gambar 4.14. Eksperimen 6



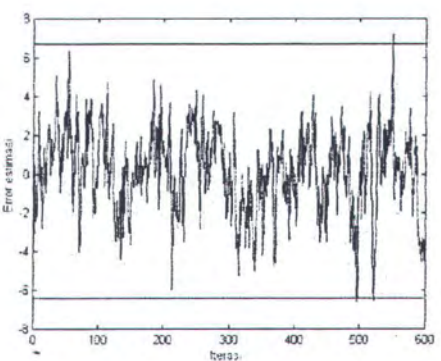
Gambar 4.15. Eksperimen 7



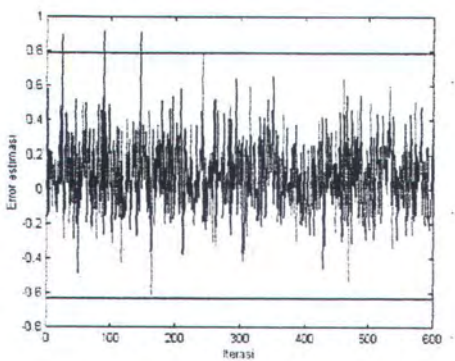
Gambar 4.16. Eksperimen 8



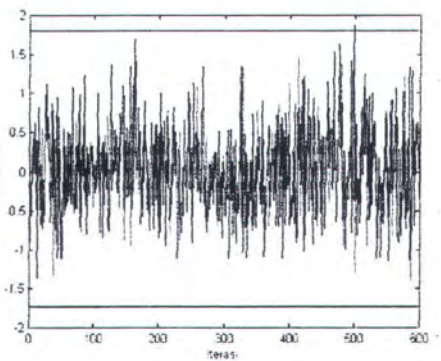
Gambar 4.17. Eksperimen 9



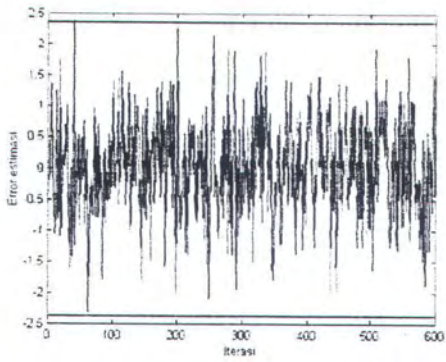
Gambar 4.18. Eksperimen 10



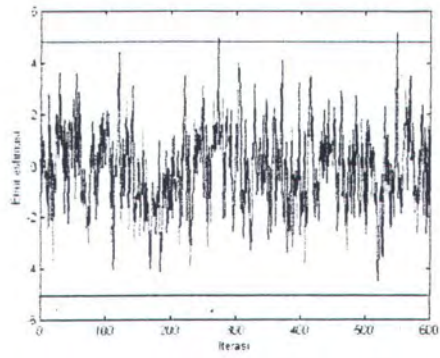
Gambar 4.19. Eksperimen 11



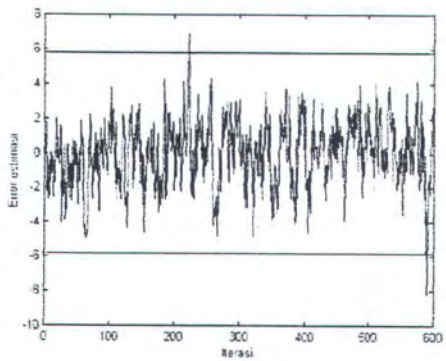
Gambar 4.20. Eksperimen 12



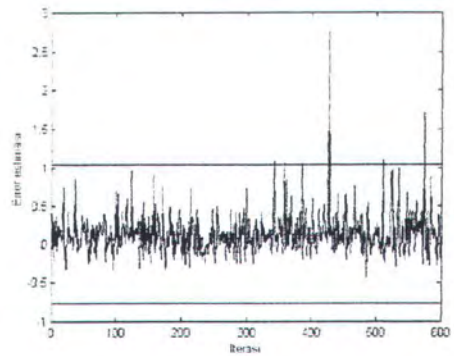
Gambar 4.21. Eksperimen 13



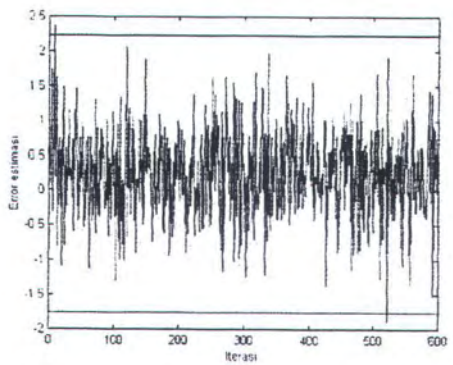
Gambar 4.22. Eksperimen 14



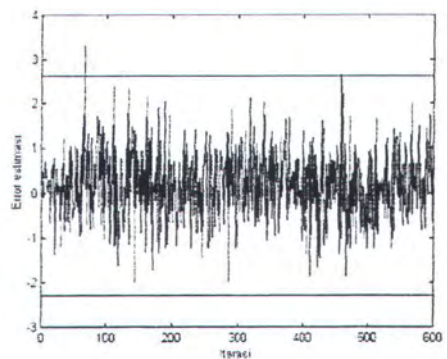
Gambar 4.23. Eksperimen 15



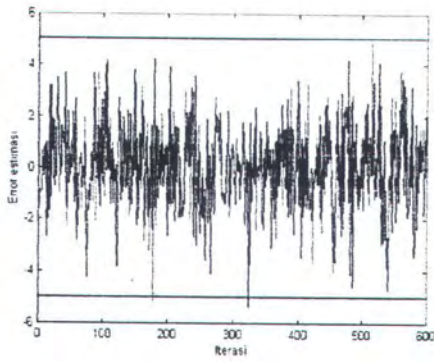
Gambar 4.24. Eksperimen 16



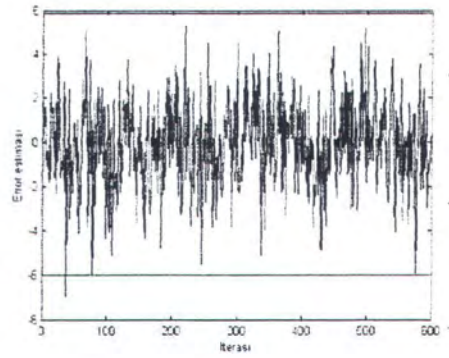
Gambar 4.25. Eksperimen 17



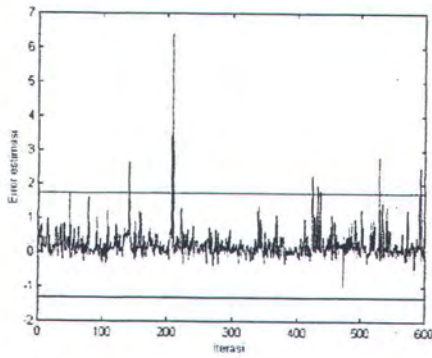
Gambar 4.26. Eksperimen 18



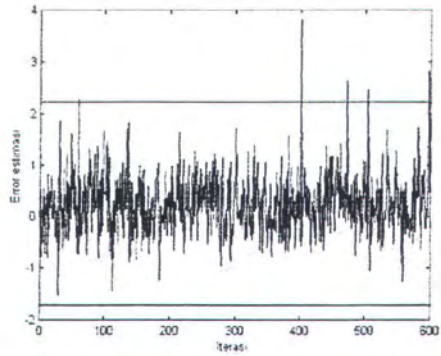
Gambar 4.27. Eksperimen 19



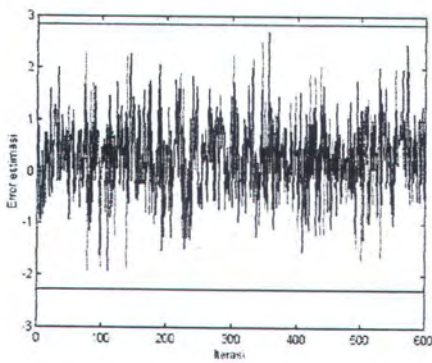
Gambar 4.28. Eksperimen 20



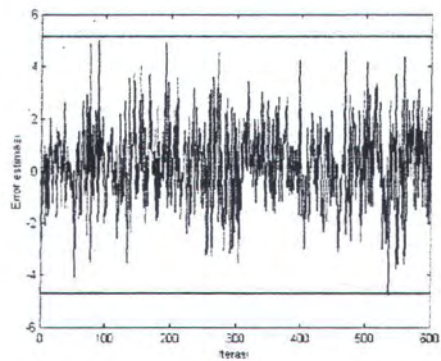
Gambar 4.29. Eksperimen 21



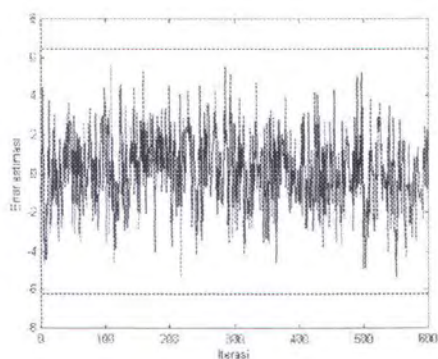
Gambar 4.30. Eksperimen 22



Gambar 4.31. Eksperimen 23



Gambar 4.32. Eksperimen 24

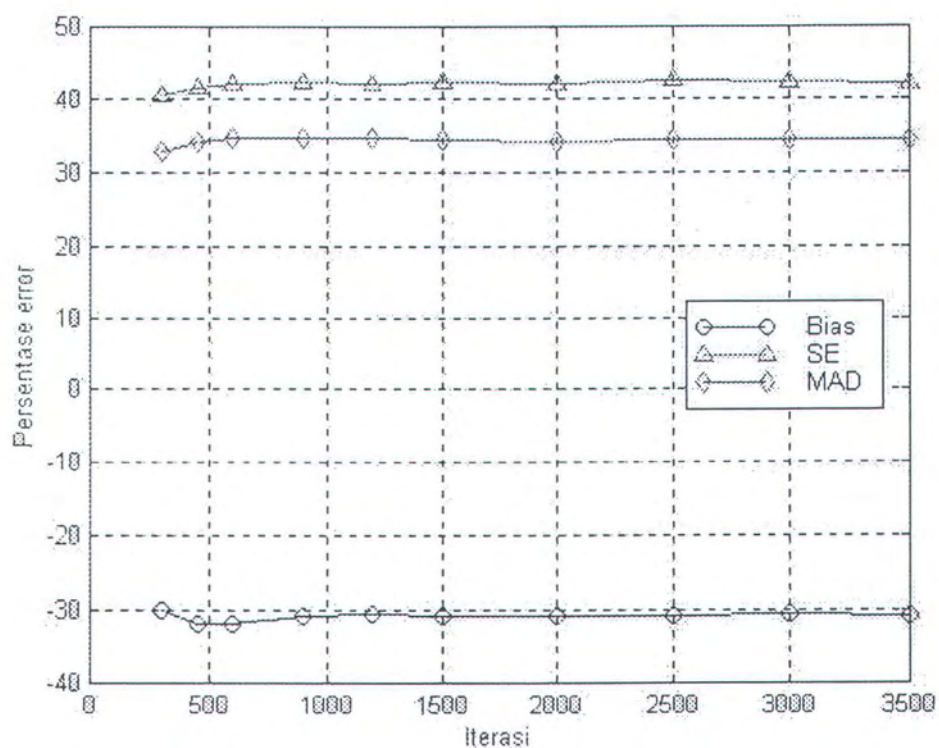


Gambar 4.33. Eksperimen 25

Pada Tabel 4.3, tampak dengan bertambah besarnya varian noise maka nilai *standard error*, yang pada dasarnya merupakan ukuran standard deviasi, juga semakin besar. Analisa dengan control chart menunjukkan bahwa metode estimasi yang digunakan cukup valid untuk mengetahui besar kepadatan seksi jalan berdasarkan informasi yang diperoleh dari keluaran sensor. Hasil eksperimen kedua ditunjukkan pada Tabel 4.4. Nilai bias, SE, dan MAD dibandingkan dengan rata-rata sinyal aktual dan dinyatakan dalam persen. Dari Gambar 4.34 yang dibuat berdasarkan tabel tersebut tampak bahwa nilai bias, SE, dan MAD mendekati nilai tertentu dengan bertambahnya jumlah iterasi atau lama pengamatan.

Tabel 4.4. Eksperimen dengan input iterasi yang berbeda-beda

Iter	Varian noise sistem	Varian noise pengamatan	Persen Bias	Persen SE	Persen MAD	MPE
300	2	1.5	-30.0086	40.4852	32.9365	-1.4340
450	2	1.5	-31.8931	41.4350	34.1626	-1.4182
600	2	1.5	-31.9416	42.1794	34.7441	-1.4683
900	2	1.5	-30.6547	42.3146	34.6513	-1.5869
1200	2	1.5	-30.5886	42.1483	34.5903	-1.8530
1500	2	1.5	-30.7171	42.3177	34.3760	-1.9904
2000	2	1.5	-30.7650	42.1235	34.1657	-6.3403
2500	2	1.5	-30.6986	42.5311	34.4152	-5.4111
3000	2	1.5	-30.6299	42.3598	34.3843	-4.7831
3500	2	1.5	-30.7534	42.1964	34.3537	-4.2985



Gambar 4.34. Persentase Bias, SE, dan MAD untuk jumlah iterasi yang berbeda-beda



Bab V

Kesimpulan dan Saran

5.1. Kesimpulan

Pada dasarnya metode estimasi state filter Kalman diskrit sangat baik jika diterapkan dalam pengolahan data arus lalu lintas yang diperoleh dari sensor untuk mengetahui kepadatan jalan setiap periode pengamatan. Minimisasi kovarian kesalahan estimasi dengan memberikan faktor koreksi dari gain Kalman dan variabel pengamatan setiap saat akan membatasi penyebaran. Sifat rekursif filter Kalman juga akan mencegah terjadinya akumulasi kesalahan selama waktu operasi pengamatan.

Keterbatasannya dalam perancangan program simulasi estimasi ini adalah kurangnya pengetahuan mengenai kondisi sistem yang sebenarnya, seperti karakteristik noise sistem, yaitu kuantitas faktor ketidaktentuan yang terdapat pada detektor loop induktif, dan karakteristik noise pengamatan yang seharusnya diperoleh dari data lapangan mengenai hubungan kepadatan dengan kecepatan rata-rata. Pemberian nilai awal untuk kovarian error prediksi juga dilakukan secara asumsi, walaupun pada akhirnya tidak akan berpengaruh terhadap hasil estimasi selanjutnya.

Perbandingan dengan menggunakan data lalu lintas yang sebenarnya tidak mungkin dilakukan karena tidak tersedianya data mengenai kepadatan lalu lintas setiap saat. Tidak terdapatnya hubungan kepadatan-kecepatan rata-rata yang dibuktikan dengan data lalu lintas, mendorong dilakukannya asumsi untuk memberikan nilai $a(k)$ dan $b(k)$. Untuk dapat mengimplementasikan estimator Kalman tersebut, berdasarkan model yang telah dibangun, diperlukan penelitian dan pengamatan secara langsung di jalan, karena sensor yang ada tidak dapat menyediakan data-data yang diperlukan.

5.2. Saran

Penerapan estimator state untuk pengolahan data arus lalu lintas memberikan manfaat yang besar sebagai bagian dari manajemen lalu lintas. Selain dari model yang dikembangkan dalam tugas akhir ini, pakar-pakar terdahulu telah mengembangkan model untuk mengestimasi variabel-variabel lalu lintas yang lain, seperti kecepatan dan volume. Untuk menerapkan model-model ini jelas diperlukan penyesuaian antara model dengan kondisi sistem yang sebenarnya, seperti restrukturisasi sistem pengamatan jalan raya. Demi kelancaran masyarakat dalam berlalulintas kiranya hal demikian pantas untuk dilaksanakan.

Daftar Pustaka

1. Szeto, M.W. dan D.C. Gazis, **Application of Kalman Filtering to the Surveillance and Control of Traffic Systems**, Tranp. Sci., vol. 6, no. 4, 1972, hal. 419-439.
2. Gazis, D.C., R. Herman, dan R.W. Rothery, **Nonlinear Follow-the-Leader Models of Traffic Flow**, Opns. Res., vol. 9, 1961, hal. 546-567.
3. Anderson, B.D.O. dan J.B. Moore, **Optimal Filtering**, Prentice-Hall, Inc., 1979.
4. Brown, R.G., **Introduction to Random Signal Analysis and Kalman Filtering**, John Wiley and Sons, 1983.
5. Papoulis, A., **Probability, Random Variable, and Stochastic Processes**, McGraw-Hill, Inc., 1965.
6. Federal Highway Administration, U.S. Department of Transportation, **Freeway Management Handbook**, Agustus 1997.
7. Wright, P.H. dan N.J. Ashford, **Transportation Engineering : Planning and Design**, John Wiley and Sons, 1989.
8. Kreyszig, E., **Advanced Engineering Mathematics**, Ed. 6, John Wiley and Sons, Inc., 1988.

Riwayat Hidup



Fajar Adianto dilahirkan di Kediri, 24 Mei 1973, sebagai anak keempat dari empat bersaudara, dari ayah Maryono, dan ibu Y.Ch. Soemirah. Bertempat tinggal di Tinalan II/36 Kediri.

Riwayat Pendidikan:

- TK Bhayangkari II lulus tahun 1979.
- SDN Burengan II, lulus tahun 1985.
- SMPN I Kediri, lulus tahun 1988.
- SMAN II Kediri, lulus tahun 1991.
- Terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Teknik Elektro ITS sejak tahun 1991.